

*Die Rekonstruktion des Klimas Grönlands
der letzten 10.000 Jahre
mit Hilfe der Parameterschätzung
sowie ein Ausblick auf die Zukunft*

Vorwort

Kapitel I

Parameterschätzung

Das Gauß-Markoff-Modell

Kapitel II

Klima und Wetter – Die Daten des Deutschen Wetterdienstes

Kapitel III

Langfristige Klimazyklen

Kapitel IV

mittelfristige Klimazyklen

der Zeitraum von 1900 bis heute

die nächsten 3.000 Jahre

Schluss

Vorwort

Die Idee zur Verwirklichung dieser Arbeit kam mir 2024. Meine ersten Berechnungen zum Thema Klima lagen schon fünf Jahre zurück. Es war an einem heißen Julitag im Sommer 2019, als ich nach getaner Arbeit in meinem Vermessungsbüro auf dem Weg nach Hause zu meiner Familie war.

Mein Büro liegt in Siegen. Ähnlich wie in Bielefeld, die Stadt, die es nicht gibt, fragt man in Siegen: „Was ist schlimmer als verlieren? – Siegen“. Warum ist es hier so schlimm? Nun ja, wir haben oft schlechtes Wetter. Mit einer Jahresschnittstemperatur von $8,7^{\circ}\text{C}$ und einer Sonnenstundenzahl von 297 pro Jahr¹ ist es rund $1,8^{\circ}\text{C}$ kälter als in Köln mit 310 Sonnenstunden².

Mag man über das schlechte Klima lästern so hat Siegen auch gute Seiten: wirtschaftlich ist das Siegerland durch die Eisenindustrie geprägt. So hat man schon vor über 2.000 Jahren im Siegerland Eisenerz abgebaut und weiterverarbeitet. Die häufig in Familienhand geführten mittelständischen Unternehmen haben sich im Laufe der Zeit auf die verschiedensten Nischen spezialisiert.

Und das ist auch der Grund, weshalb mir das Thema besonders am Herzen liegt: wenn die Theorie des menschengemachten Klimawandels nicht korrekt ist, wird nicht nur das wirtschaftliche Potential Deutschlands oder Europas, sondern das meiner Heimat unsinnig geopfert.

Als Vater verspüre ich das Bedürfnis, meinen Kindern eine Region zu überlassen, in der es sich lohnt zu leben, und zwar sicher zu leben, als auch den Wohlstand zu besitzen, sich das Leben leisten zu können.

Im Kapitel I des Buches möchte ich in Grundzügen das Gauß-Markov-Modell vorstellen und die Gedanken, die dem Modell zugrunde liegen. Kenntnisse der Mathematik aus der gymnasialen Oberstufe sollten genügen, um den Überlegungen zu folgen. Sollten diese Erkenntnisse nicht vorliegen, kann der Leser dieses Kapitel gerne überspringen bzw. überfliegen und bei Kapitel II einsteigen.

Im Kapitel II möchte ich mich zunächst mit den Daten des Deutschen Wetterdienstes auseinandersetzen. Der Leser möge hier den Unterschied zwischen Klima und Wetter erkennen. Ferner möchte ich hier der allgemeinen Behauptung entgegentreten, dass sich jede Funktion mit Hilfe von Sinuswellen erzeugen lässt. Wie wir in Kapitel II sehen können, ist das nicht der Fall. Zumindest ist es nicht möglich, mit einer Handvoll Sinuswellen das Wetter in Deutschland vorherzusagen. Dieses Verständnis ist wichtig für die Bewertung der Ergebnisse in Kapitel IV.

Um die langfristige Abkühlung von ca. 1°C in 10.000 Jahren erklären zu können müssen wir zunächst einmal wissen, welche Parameter sich langfristig auf das Klima auswirken. Hierzu dient Kapitel III.

Erst mit Hilfe der Erkenntnisse in Kapitel I-III lassen sich die Ergebnisse in Kapitel IV richtig deuten. Wir werden sehen, dass die Menschen, die behaupten, die Erde kühlte sich ab, ebenso richtig liegen, wie die Personen, die behaupten, die Erde erwärmt sich.

Wir werden ferner sehen, dass die Personen, die behaupten, in einer Warmzeit zu leben, ebenso richtig liegen, wie die Personen, die behaupten, wir würden in einer Eiszeit leben. Dieser vermeintliche Widerspruch soll mithilfe dieser Arbeit gelöst werden.

Hier möchte ich noch erwähnen, dass ich die Arbeit, wir früher üblich, in der maskulinen Form schreibe, um den Lesefluss nicht zu behindern.

Ich möchte mich an dieser Stelle von der Behauptung distanzieren, dass ich die klimatischen Vorgänge endgültig entziffert habe. Das ist natürlich nicht der Fall. Meine Arbeit soll als erster Ansatz verstanden werden, die Vorgänge, die das Klima beeinflussen, rechnerisch nachzuweisen.

¹ <https://de.climate-data.org/europa/deutschland/nordrhein-westfalen/siegen-574/#climate-graph> 15.12.2024

² ebenda

Hier ist noch jede Menge Arbeit zu leisten, die ich alleine leider nicht imstande bin zu leisten. Hier bedarf es einer größeren Anzahl von Personen und auch finanzieller Unterstützung.

Vor allem wenn es darum geht, klimatische Erkenntnisse nicht nur aus Eisbohrkernen, in das Modell bzw. die Modelle einzubinden und zu verknüpfen. Dies könnte ein spannendes Thema für die Zukunft sein.

In der Zukunft mögen sicherlich noch weitere, genauere Messwerte gewonnen werden, die in die Modelle eingepflegt werden können.

Wahlbach, im November 2025

Kapitel I

Parameterschätzung

Das Gauß-Markoff-Modell

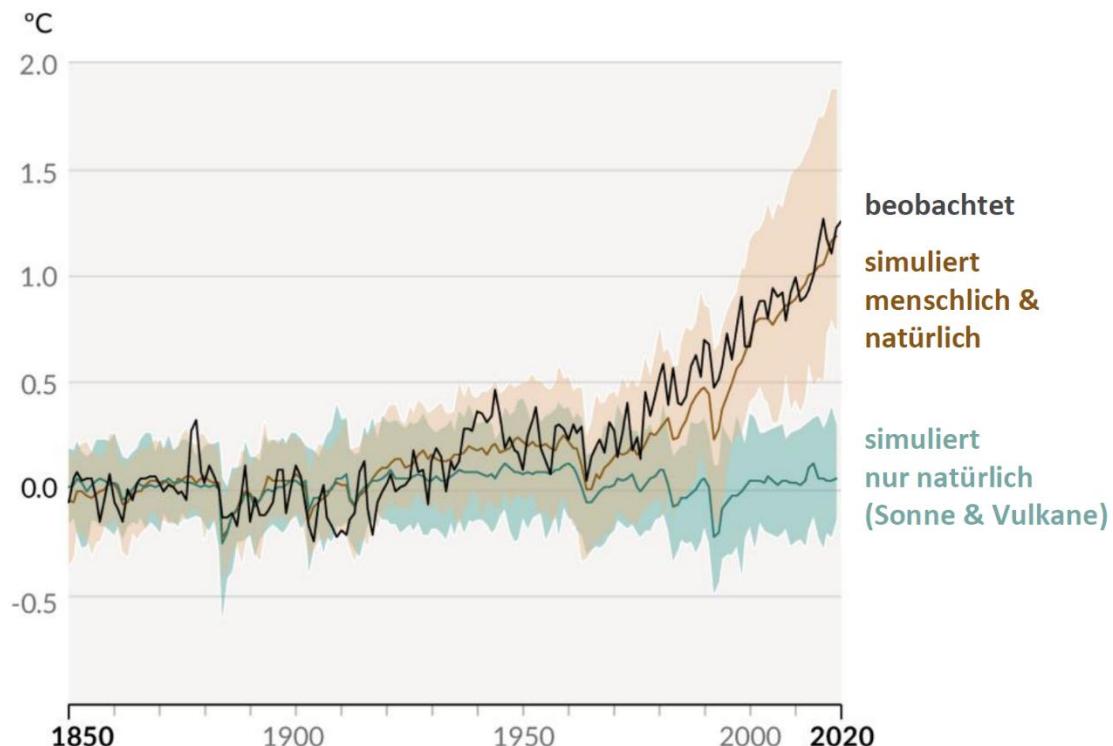
Besser als mein früherer Lektor, Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E. h. Karl-Rudolf Koch in seinem Buch „Parameterschätzung und Hypothesentests“ in der Einleitung beschreibt, kann man nicht ausdrücken, womit sich die Parameterschätzung beschäftigt: „Parameter müssen immer dann geschätzt werden, wenn bestimmte Abläufe, Zustände oder Ereignisse beobachtet werden, um daraus Erkenntnisse und Schlüsse, beispielsweise über künftige Entwicklungen der beobachteten Ereignisse, zu ziehen.“³

Im Gegensatz zu den Modellen des IPCCs, die mit Hilfe von Simulationen versuchen möchten zu erklären, wie sich die Temperatur der Erde verändert, hier speziell erhöht, wenn sich der Ausstoß von CO₂ erhöht, möchte ich hier einen anderen Pfad einschlagen: Ich möchte mit Hilfe der Parameterschätzung zunächst Funktionen finden, speziell Sinuswellen, die zurückliegende Temperaturänderungen und Temperaturentwicklungen beschreiben können.

Mit Hilfe der gefundenen Sinuskurven und Funktionen möchte ich einen Blick in die Zukunft wagen.

Wir Vermesser haben in der Ausbildung vermittelt bekommen, dass man eine gemessene Strecke um nicht mehr als 1/3 verlängern sollte, da sich die unvermeidbaren Messungenauigkeiten umso stärker bemerkbar machen, je weiter man eine Strecke verlängert. Stellen Sie sich die mehr oder weniger regelmäßige Oberfläche einer 12m langen Gebäudewand vor, die mit Hilfe einer Schnur, die an einem Lot befestigt ist, in die Grenze verlängert werden soll: man versucht, die Gebäudewand zu „fluchten“, also die beiden Kanten der Wand, die vordere und die hintere, mit der Lotschnur in eine Flucht zu bringen. Eine zuverlässige Verlängerung begrenzt man auf 12m : 3 = 4m. D.h., die Verlängerung sollte nicht weiter als 4m von der vorderen Gebäudekante entfernt liegen.

b) Änderung der globalen Oberflächentemperatur (jährliche Mittel) aus **Beobachtungsdaten** und simuliert unter Berücksichtigung von **menschlichen & natürlichen** sowie **nur natürlichen** Faktoren (jeweils 1850-2020)



³ K. R. Koch, Parameterschätzung und Hypothesentests, 3. Auflage, Dümmler Verlag, Bonn, Vorwort

Abb. 1: Sechster Sachstandsbericht ipcc Arbeitsgruppe I, naturwissenschaftliche Grundlagen vom 09. August 2021, S. 5

Das Gauß-Markoff-Modell

Jeder Messung liegt eine Genauigkeit zugrunde. Würde man eine 100m lange Strecke (y) von 100 Personen (i) mit Hilfe eines 20m langen Messbandes unabhängig voneinander, ggf. auch mehrmals, bestimmen lassen, so kann man sich leicht vorstellen, dass jeder der Beteiligten eine andere Strecke messen wird, die vom jeweiligen Beobachter oder Messenden abhängt. Mathematisch erhält man die Formel:

$$E(y) = y_i + e_i$$

Auf Deutsch: die wahre Strecke, also der Erwartungswert $E(y)$ ergibt sich aus der Strecke y_i , die der jeweilige Beobachter ermittelt hat plus einer Abweichung oder eines Fehlers e_i , der sich aus der Persönlichkeit des Beobachters ergibt. Sind alle systematischen Fehler aus den Messreihen entfernt worden, wie etwa den Einfluss der Außentemperaturen auf das Metallmessband, ist davon auszugehen, dass die Gesamtheit der Fehler e_i normalverteilt ist. Das bedeutet, dass ein Großteil der Messungen sich in einem kleinen Bereich um den Erwartungswert $E(y)$ wiederfinden werden, die Messwerte eines kleineren Teils von Personen, die nicht sorgfältig genug gearbeitet haben, außerhalb.

Nun stellen wir uns vor, dass wir keine Strecke $E(y)$ suchen, sondern wir ersetzen die Strecke $E(y)$ ganz allgemein durch eine mathematische Funktion, die unbekannte Parameter enthält.

So lässt sich beispielsweise die Fläche eines Rechtecks durch die Multiplikation der langen mit der kurzen Seite ermitteln oder die Tagesschwankung der Temperatur durch eine Sinuskurve.

Ganz allgemein erhält man:

$$X\beta = y + e$$

Wobei wir hier schon zur Matritzenschreibweise übergehen können:

X sei eine $n \times u$ -Matrix mit gegebenen Koeffizienten und β ein $u \times 1$ -Vektor unbekannter Parameter. So erhält man aus der Multiplikation der unbekannten Parameter mit den Koeffizienten den Beobachtungsvektor y plus dem Fehlervektor e .

Im Großen und Ganzen sind wir hier schon beim Gauß-Markoff-Modell angekommen. Ich möchte in einer zukünftigen Auflage nochmal näher auf die Herleitung der Formel eingehen, möchte aber an dieser Stelle verweisen auf Koch (1997, S. 166).

Carl Friedrich Gauß zeigte 1809 und 1823, Markoff 1912, dass die Schätzung der Parameter mithilfe dieses Modells die beste erwartungstreue Schätzung ergibt (Koch 1997, S. 167).

Es lässt sich zeigen, dass man die beste lineare erwartungstreue Schätzung $\hat{\beta}$ erhält durch (Koch, 1997 S. 171):

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$$

Kapitel II

Klima und Wetter

Die Daten
des Deutschen Wetterdienstes

Wetter und Klima

Zunächst müssen wir uns klar machen, was der Unterschied zwischen Wetter und Klima ist.

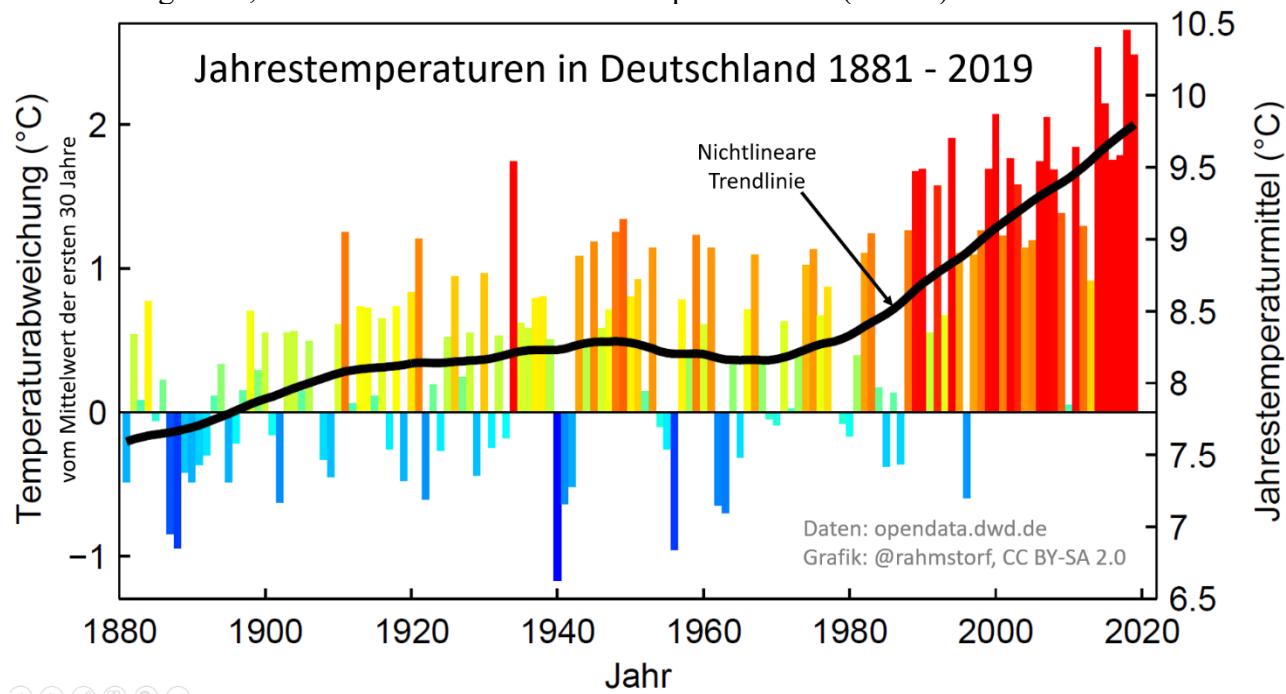
Eine Suchanfrage auf Google ergibt: „Das Wetter wird mit Hilfe quantifizierbarer Parameter charakterisiert. Diese Parameter sind fundamentale Größen des Wetters (Wetterelemente) wie z.B. Lufttemperatur, Luftfeuchte, Luftdruck, Drucktendenz, Windrichtung und Windgeschwindigkeit, Bewölkung (Wolken), Niederschlag und Sichtweite.“⁴

Wetter ist also alles das, was wir in einem bestimmten Moment draußen erleben. Mittelt man das Wetter über eine längere Zeit, so erhalten wir das Klima.

Bei der Mittelung spielen vor allem die Temperatur, die Niederschläge und die Luftfeuchtigkeit über einen 30 Jahre langen Zeitraum eine Rolle.

Bei den Diskussionen um den Klimawandel ist hier vor allem die Temperatur maßgebend. Ob sich diese auch auf Niederschläge und Luftfeuchte auswirkt und wenn ja, in welchen Größenordnungen, soll und kann an dieser Stelle nicht untersucht werden.

Stellvertretend für die unterschiedlichsten Grafiken, die man im Netz findet, möchte ich hier auf eine zurückgreifen, die man im Onlinelexikon Wikipedia findet: (Abb. 2)⁵



Was können wir an dieser Grafik erkennen oder auch nicht?

Wir erkennen, dass die Grafik recht bunt ist. Um den Trend der Erwärmung aufzuzeigen, ist das sicherlich eine gute Methode der Darstellung. Wobei man einwenden muss, dass es sich hierbei um eine qualitative Darstellung handelt.

Eine quantitative Auswertung kann der Betrachter hier nicht erwarten. Wohl schreibt der Autor, dass es sich um einen nicht-linearen Trend handelt, mehr aber nicht. Wir werden diese nicht-Linearität später detaillierter untersuchen.

⁴ <https://www.google.de/search?q=definition+wetter>

⁵ https://de.wikipedia.org/wiki/Klima_in_Deutschland#/media/Datei:Jahrestemperaturen_in_Deutschland_1881-2019.png. Von Stefan Rahmstorf - <https://twitter.com/rahmstorf/status/1289103092336726016>, CC BY-SA 2.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=99303232>

Stellvertretend für alle Grafiken, die man sich betrachten kann, wenn es um die Klimaerwärmung geht, ist die Tatsache, dass die Grafiken alle erst im Jahr 1880 beginnen. Es mag so sein, dass der Deutsche Wetterdienst erst im Jahre 1880 die Daten kontinuierlich aufnahm. Aber selbst in unserer heimischen Zeitung, der Siegener Zeitung, konnte der Leser am 28.12.2023 über Herrn Matthias Jaggi erfahren: „Mit den in den Eisbohrkernen eingelagerten Wasserisotopen hat man bald ein Archiv von Temperaturdaten über die letzten 1,5 Millionen Jahre – verrückt, nicht wahr?“

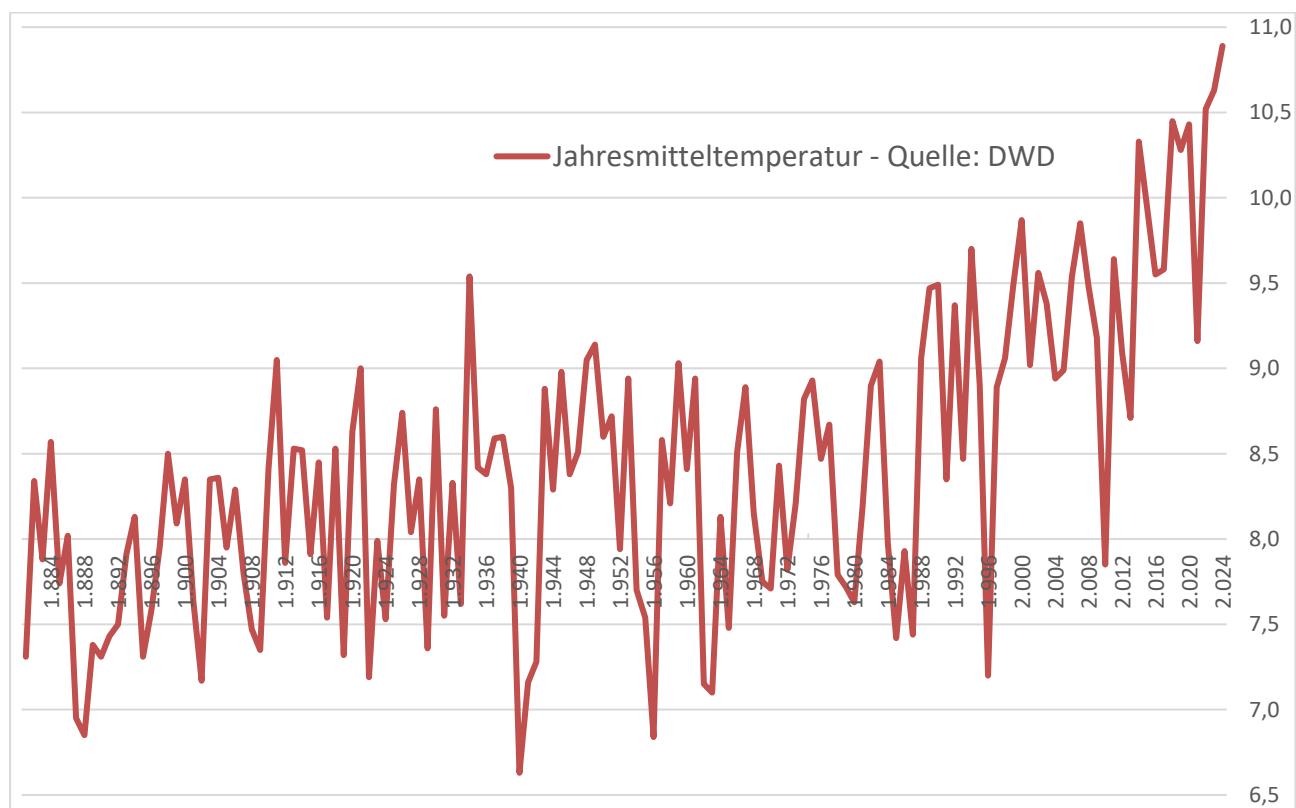
Wenn doch dieses Wissen vorhanden ist – warum beginnen die Grafiken erst im Jahr 1880?

Die Daten des Deutschen Wetterdienstes

Wie eben schon beschrieben ist die bunte Darstellung in Abb. 2 qualitativer Natur. An dieser Stelle möchte ich den Verlauf der Jahresmitteltemperatur Deutschlands nun quantitativ untersuchen.

Dazu habe ich mir die Daten des DWDs in eine Excel-Tabelle eingelesen. Angegeben ist die Jahresdurchschnittstemperatur Deutschlands nach Jahren.

Die Daten wurden erstmals im Jahr 1881 erfasst. Bis ins Jahr 2024 ergeben sich somit 144 Einzelwerte: (Abb. 3)

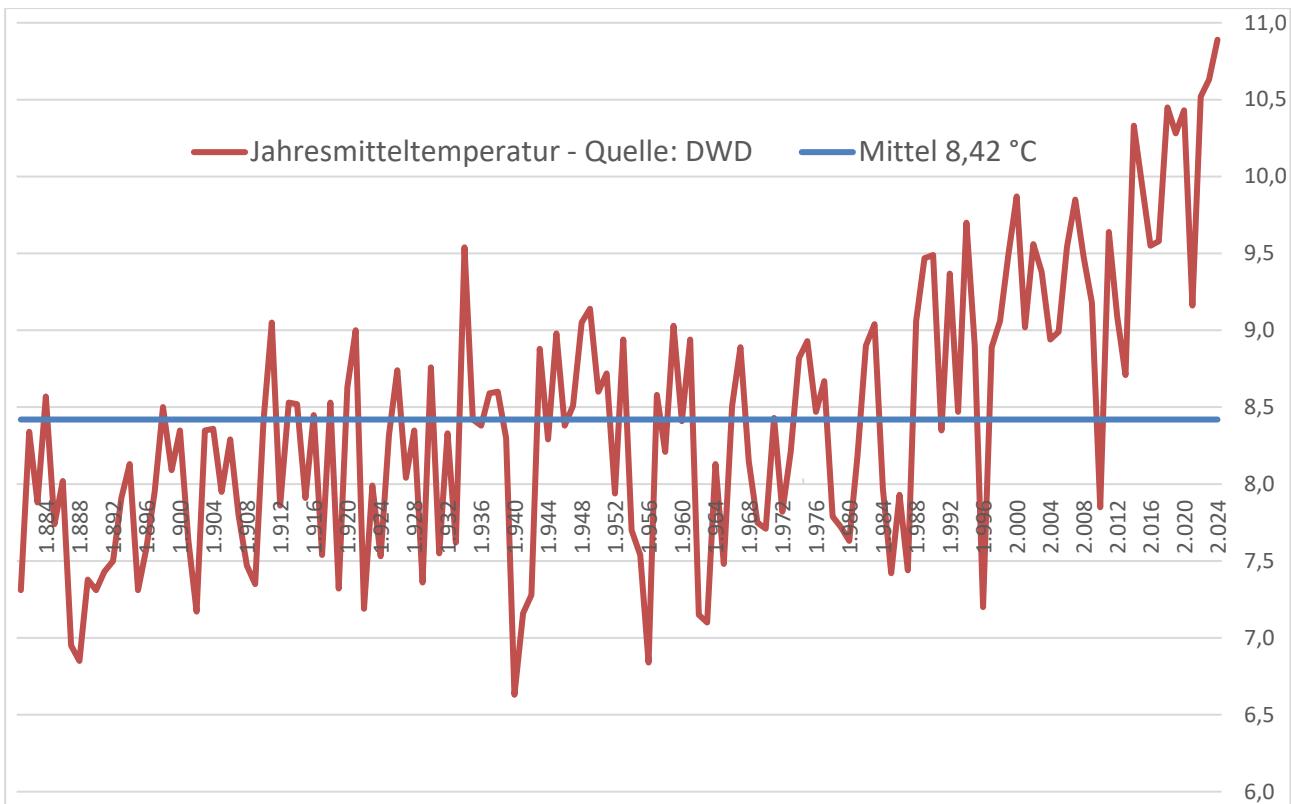


Mittelwert

Wir beginnen ganz einfach mit dem Mittelwert. Die Reihe umfasst 144 Werte. Den Mittelwert erhält man durch das Aufsummieren aller gemessenen Temperaturen geteilt durch die Anzahl der Messungen, hier 144.

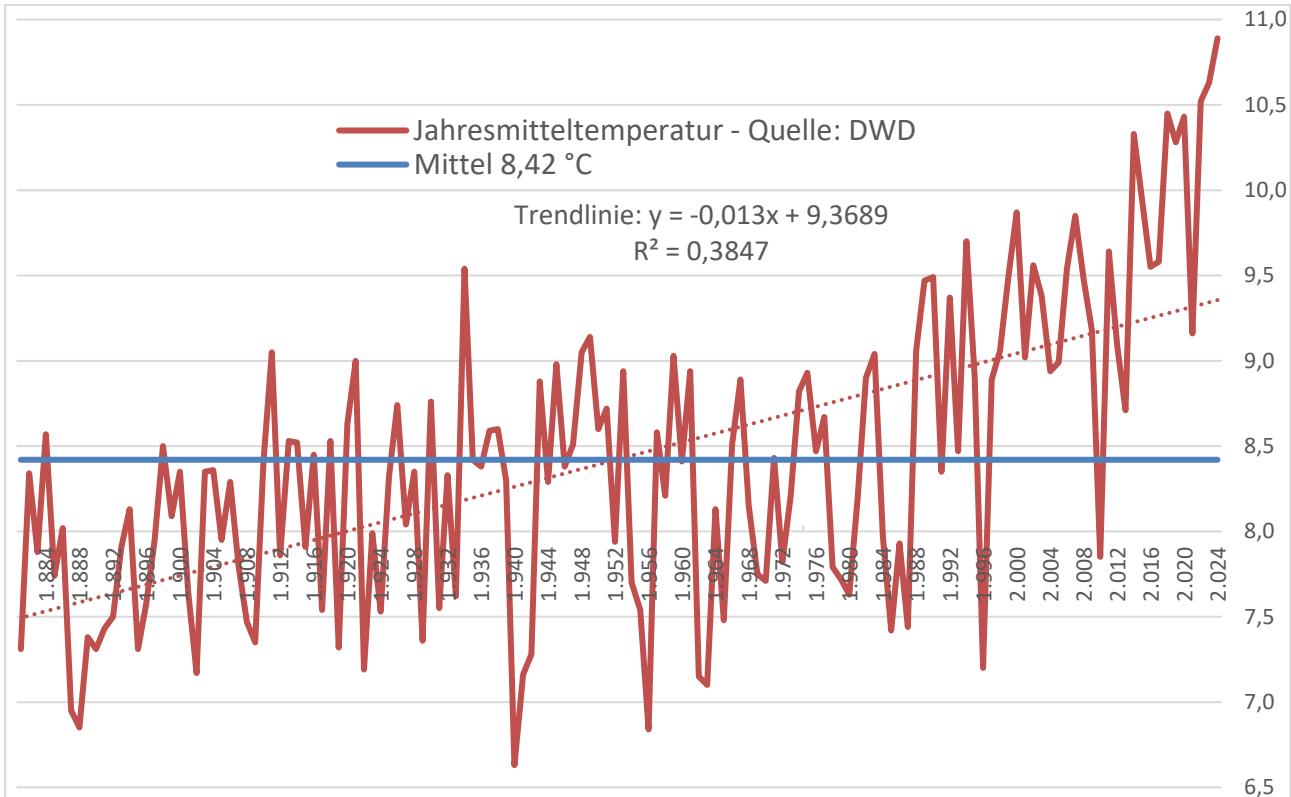
$$\text{Als Formel: } t_m = \frac{\sum_{1881}^{2024} t_i}{144} = \frac{1213,15 \text{ } ^\circ\text{C}}{144} = 8,42 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Wir halten also fest, dass in den letzten 144 Jahren in Deutschland eine Jahresmitteltemperatur von 8,42°C vorlag. (Abb. 4)



Ohne weiteres können wir erkennen, dass es einen Trend zu höheren Temperaturen gibt in Abhängigkeit der Zeit. Das ist eine Tatsache, die nicht bestritten wird.

Wie groß ist dieser Trend? Microsoft Excel bietet die Möglichkeit, eine Trendlinie einzufügen.



Wir erhalten die Formel: $t = 9,3689 \text{ } ^\circ\text{C} - 0,013 \times \text{Wert}$, wobei das Jahr 2024 dem Wert 1, das Jahr 1881 dem Wert 144 entspricht. Daher das Minuszeichen vor der Steigung 0,013. Der Faktor bedeutet, dass es in 100 Jahren rund 1,3°C wärmer wurde, in 144 Jahren rund 1,8°C.

Interessant ist das Bestimmtheitsmaß, welches mit angegeben wird: es beträgt 0,3847 und besagt, dass die Korrelation relativ niedrig ist. Das Bestimmtheitsmaß kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen, und zwar den Wert 1, wenn der Versuch statistisch signifikant ist und 0, wenn er es eben nicht ist.

Das Gauß-Markoff-Modell

Das Gauß-Markoff-Modell hat den Vorteil, dass man mehrere Variablen zeitgleich schätzen kann. Aus der Überlegung heraus, dass bei der besten linearen erwartungstreuen Schätzung die Quadratsumme der Residuen minimal wird bzw. werden soll, ist eine Extremwertaufgabe zu lösen.

Man kann sich das an der mittleren Jahrestemperatur von 8,42°C bildlich so vorstellen, dass die Quadratsumme der Residuen zunimmt, wenn man eine „falsche“ mittlere Temperatur berechnet, und zwar wenn die Temperatur zu hoch angesetzt wird, z.B. 9°C, oder aber zu niedrig, z.B. 8 °C.

Die Quadratsumme der Residuen beträgt bei einem Jahresmittelwert von:

10,0°C: 467,08

9,00°C: 157,38

8,42 °C: 109,71

8,00 °C: 135,68

7,00 °C: 401,98

In der gymnasialen Oberstufe lernt man, dass Extremwerte dort auftauchen, wo die erste Ableitung der Zielfunktion nach der Unbekannten gleich 0 wird.

Im Gauß-Markoff-Modell können wir beliebig viele Variablen schätzen. Dabei müssen wir aber stets Anfangswerte vorgeben.

Zunächst muss die Koeffizientenmatrix aufgestellt werden. Sie enthält die Ableitungen der unbekannten Variablen nach der Zielfunktion.

Eine lineare Funktion ist gegeben durch: $y = ax + b$, wobei wir die Werte a und b aus der Trendlinie entnehmen können, die uns Excel zur Verfügung stellt. Da Excel nicht mit der Jahreszahl rechnet setzen wir als Startwerte $a = 0$ und $b = 8,5$ °C

Die Ableitung der Zielfunktion y nach der Konstanten b ist gleich 1, die Ableitung nach a ergibt x, also das Jahr.

Dementsprechend erhalten wir unsere Koeffizientenmatrix zu:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ 1881 & \dots & 2024 \end{bmatrix}$$

Der Vektor Y beinhaltet die aus der Zielfunktion ermittelten Werte.

$$\text{Wir erhalten: } \beta = \begin{bmatrix} -17 \\ 0,0130234 \end{bmatrix},$$

also Werte, die wir aus der Zielwertfunktion von Excel her kennen. Mit dem Unterschied, dass wir bei dem Jahr 0 beginnen.

Die Temperatur im Jahre 1881 erhalten wir zu: $t_{1881} = -17°C + 1881 \times 0,0130234°C = 7,49°C$ und $t_{2024} = -17°C + 2024 \times 0,0130234°C = 9,36°C$

Das Gauß-Markoff-Modell ist ein iteratives Verfahren. Excel hat den Vorteil, dass man mit Hilfe von Makros Zielwertsuchen durchführen kann und ein Abbruchkriterium angeben kann, beispielsweise, dass der Vektor der Verbesserungen β minimal wird.

Sinusreihen

Meiner Vermutung nach wiederholen sich viele Einflüsse auf das Klima zyklisch. Wenn man an zyklische Änderungen denkt, fallen mir zummindest als erstes Sinus-Funktionen ein. Mit Cosinus-Funktionen können ebenfalls Zyklen nachgebildet werden. Sie sind eben um 90° in der Phase verschoben.

Wie wir später noch sehen werden, ist der längste Zyklus, den ich aus den Klimadaten herausfiltern konnte, rund 170.000 Jahre lang, der kürzeste 14 Jahre.

Eine Sinus-Funktion hat allgemein die Form $y = a_0 \cdot \sin(f \cdot (x + p))$, wobei a_0 die Amplitude, p die Phasenverschiebung und die Frequenz f darstellt, wobei x in diesem Fall das Jahr sein soll.

Wie weiter oben schon beschrieben beinhaltet die Matrix X der Koeffizienten die Ableitungen der Zielfunktion nach den unbekannten Parametern.

Unbekannt ist die Amplitude a_0 , die Phasenverschiebung p und die Frequenz f .

Die Ableitungen ergeben:

$$\frac{\partial y}{\partial a} = \sin(f \cdot (x + p))$$

$$\frac{\partial y}{\partial p} = a_0 \cdot \cos(f \cdot (x + p)) \cdot f$$

$$\frac{\partial y}{\partial f} = a_0 \cdot \cos(f \cdot (x + p)) \cdot (x + p)$$

Somit erhalten wir die Koeffizientenmatrix

$$X = \begin{bmatrix} 1 & & & & 1 \\ 1881 & & & & 2024 \\ \sin(f_1 \cdot (1881 + p_1)) & & & & \sin(f_1 \cdot (2024 + p_1)) \\ a_1 \cdot \cos(f_1 \cdot (1881 + p_1)) \cdot f_1 & & & & a_1 \cdot \cos(f_1 \cdot (2024 + p_1)) \cdot f_1 \\ a_1 \cdot \cos(f_1 \cdot (1881 + p_1)) \cdot (1881 \cdot p_1) & & & & a_1 \cdot \cos(f_1 \cdot (2024 + p_1)) \cdot (2024 \cdot p_1) \end{bmatrix}$$

X hat die Dimension 5×144 . Wir müssen bedenken, dass die Anzahl der Rechenoperationen mit dem Quadrat der Dimension ansteigt. So sind allein für die Multiplikation der Matrix X mit dessen Transponierter schon $5 \times 144 = 576$ Rechenoperationen notwendig. Von der Inversen mal ganz zu schweigen.

Unsere Vorfahren Gauß und Markoff hatten keine Computer. Die Berechnung von fünf Unbekannten wäre ein Lebenswerk gewesen.

Beginnen wir einmal mit der Auswertung. Wir erhalten:

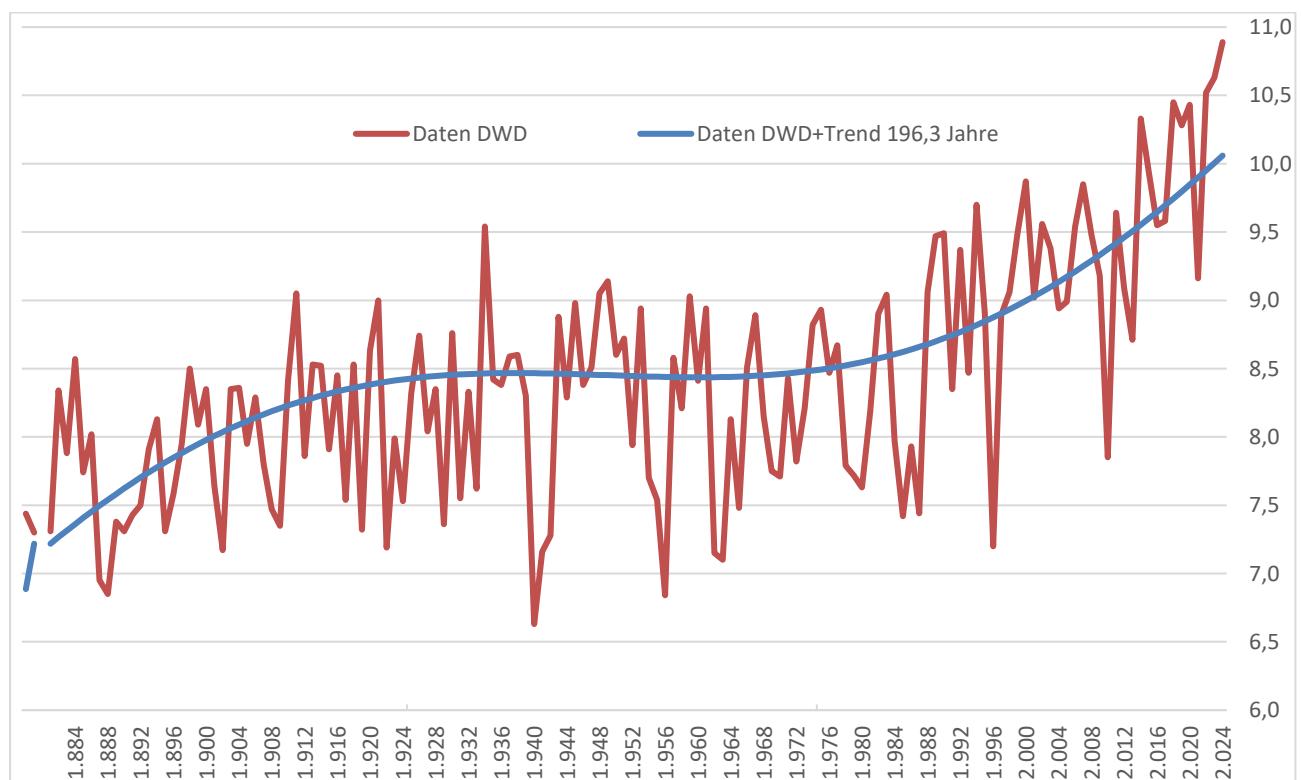
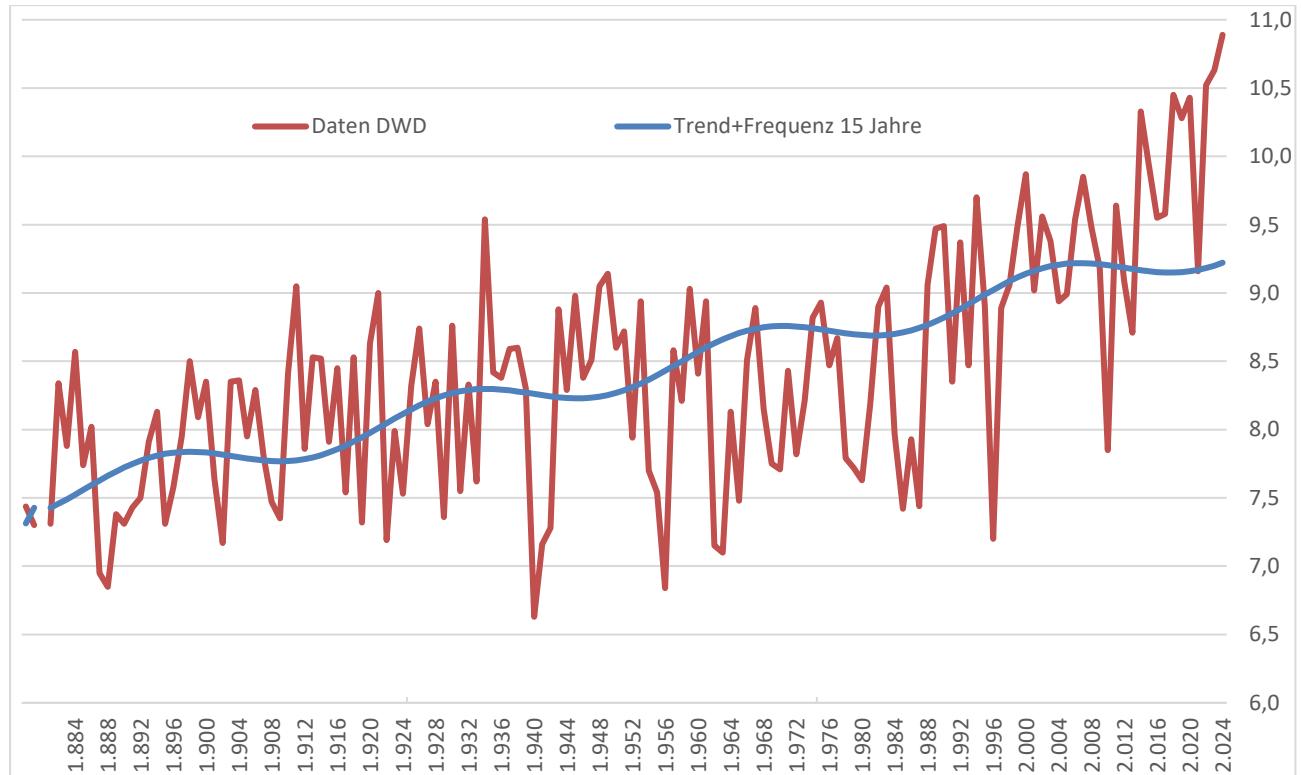
Frequenz in a	Amplitude in °C	Bestimmtheitsmaß	Bei Jahr 0	Steigung
4,6	0,116	0,3936	-16,98	0,0130
11,76	0,066	0,3875	-17,01	0,0129
14,00	0,124	0,3946	-16,78	0,0129
15,00	0,156	0,4003	-16,99	0,0130
16,00	0,043	0,3859	-17,07	0,0131
27,93	0,099	0,3655	-17,01	0,0130

36,06	0,129	0,3523	-16,41	0,0127
37,35	0,114	0,3603	-16,39	0,0127
48	0,041	0,3856	-16,42	0,0127
50	-0,068	0,3876	-16,3	0,0127
52	0,091	0,3900	-16,39	0,0127
54	-0,114	0,3929	-16,6	0,0128
54,71	0,152	0,3465	-17,02	0,0130
56	0,136	0,3962	-16,84	0,0129
58	-0,150	0,3991	-17,00	0,0130
60	-0156	0,4009	-17,02	0,0130
62	-0,16	0,4020	-16,87	0,0129
64	-0,165	0,4031	-16,52	0,0128
66	-0,174	0,4044	-16,01	0,0125
68	-0,186	0,4061	-15,41	0,0122
70	-0,201	0,4085	-14,8	0,0119
72	-0,218	0,4117	-14,24	0,0116
74	-0,233	0,4154	-13,8	0,0114
75,02	0,24	0,4174	-13,63	0,0113
76	0,245	0,4193	-13,5	0,0112
78	0,254	0,4230	-13,35	0,0112
80	0261	0,4262	-13,32	0,0111
82	0,265	0,4290	-13,42	0,0112
84	0,269	0,4314	-13,60	0,0113
86	0,272	0,4335	-13,87	0,0114
88	0,275	0,4353	-14,20	0,0116
90	0,279	0,4369	-14,57	0,0118
92	0,283	0,4383	-14,98	0,0120
100	0,303	0,4425	-16,86	0,0129
102	0,309	0,4435	-17,39	0,0132
103,98	0,316	0,4443	-17,91	0,0135
106	0,323	0,4452	-18,45	0,0137
108	0,330	0,4460	-18,99	0,0140
110	0,338	0,4469	-19,55	0,0143
112	0,346	0,4477	-20,11	0,0146
114	0,355	0,4485	-20,68	0,0149

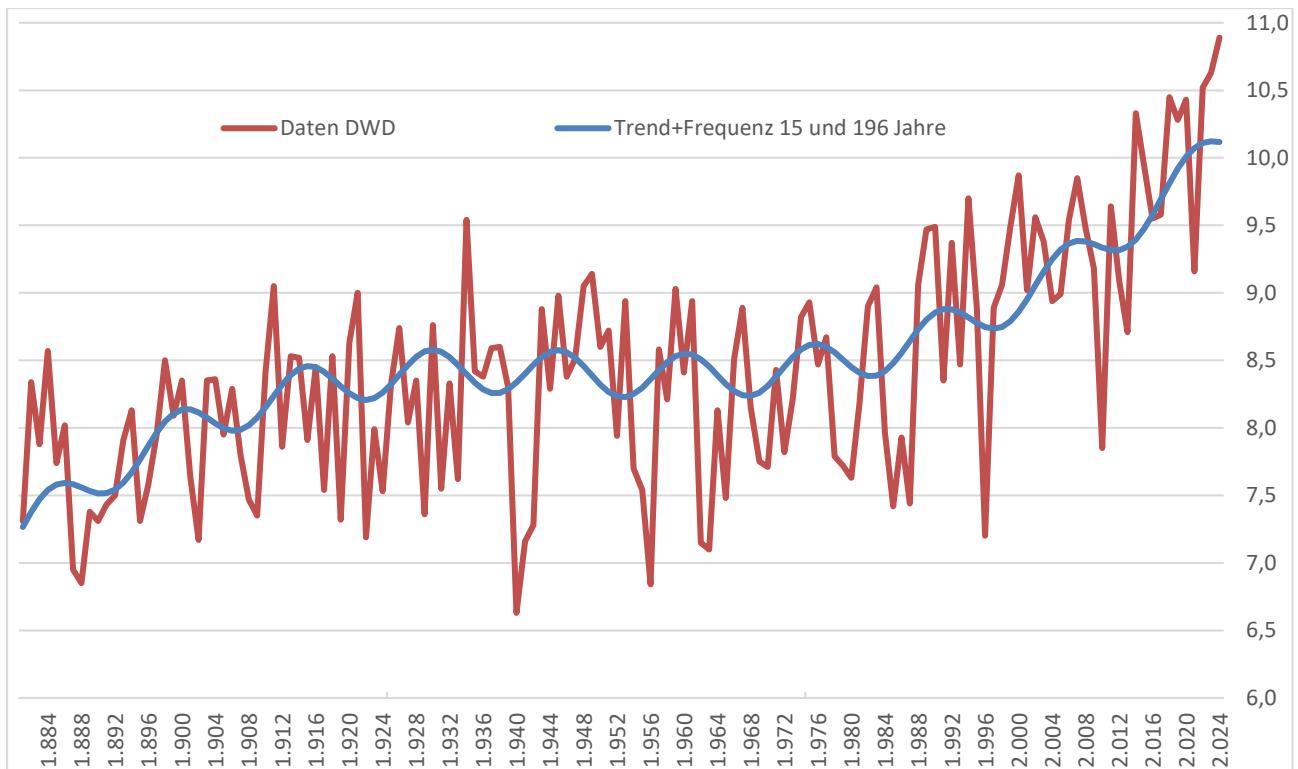
116	0,363	0,4494	-21,26	0,0152
118	0,373	0,4503	-21,84	0,0155
122	0,392	0,452	-23,04	0,0161
124	0,402	0,4529	-23,64	0,0164
126	0,413	0,4539	-24,26	0,0167
128	0,424	0,4548	-24,88	0,0170
130	0,435	0,4557	-25,51	0,0174
132	0,447	0,4567	-26,15	0,0177
134	0,459	0,4576	-26,79	0,0180
136	0,471	0,4586	-27,45	0,0184
138	0,484	0,4595	-28,11	0,0187
150	0,567	0,4652	-32,24	0,0208
160	0,647	0,4697	-35,91	0,0227
170	0,735	0,4739	-39,78	0,0247
180	0,834	0,4778	-43,88	0,0268
189,56	0,938	0,4811	-47,99	0,0290
190	0,943	0,4813	-48,18	0,0291
196,3	1,018	0,4833	-51,02	0,0305

An dieser Stelle habe ich abgebrochen, da es bis zu einer Frequenz von 250 Jahren keine eindeutige Lösung mehr gab.

Zwei Lösungen habe ich fett markiert: die Lösung mit 196,3 Jahren und die mit 15 Jahren, da hier zwei lokale Maxima des Bestimmtheitsmaßes auftraten.



Nun würde ich die Koeffizientenmatrix um 3 Zeilen erweitern und diese beiden Frequenzen zusammen mit dem Trend schätzen.



Mit einem Bestimmtheitsmaß von 0,5140 ist dieser Versuch schwach signifikant.

Interessant ist die Abkühlung in den 60er Jahren bei steigenden CO₂- Emissionen.

Den Zyklus mit der Periodenlänge von 196 Jahren kommt dem De-Vries-Zyklus von 190 Jahren recht nahe⁶.

Mit dieser Berechnung möchte ich zeigen, dass eben nicht jede Funktion, hier die Jahresmitteltemperatur Deutschlands, vollständig mit Hilfe von Sinusfunktionen approximiert werden kann. Jedenfalls nicht mit einer Hand von Funktionen. Vielleicht wären dazu hunderte Funktionen nötig und damit ca. 300 Unbekannte, die zu schätzen wären.

Es ist aber unglaublich aus einer Zeitreihe mit 140 Datensätzen 300 unbekannte Parameter zu schätzen. Zudem würde wahrscheinlich die Rechenleistung eines handelsüblichen PCs für die Schätzung nicht ausreichen.

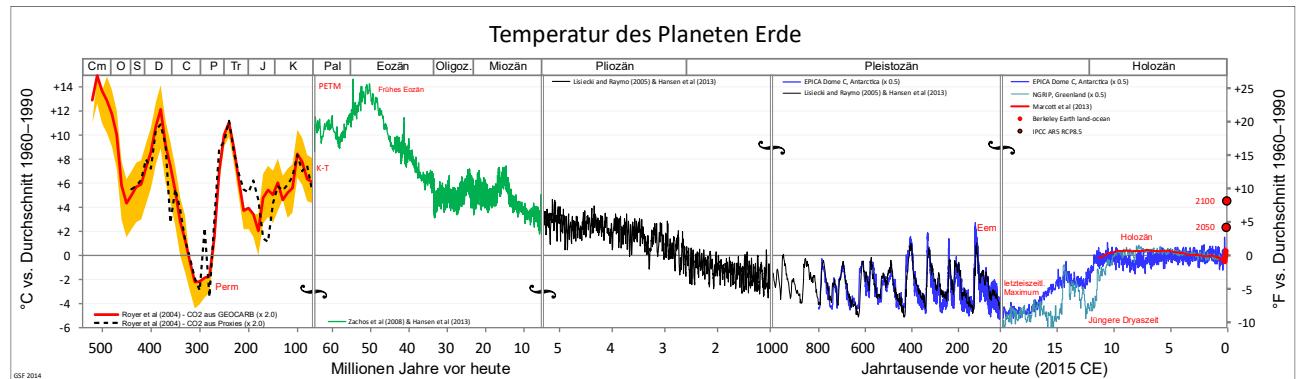
Die Teile der Funktion, die von der blauen Linie abweichen, kann man als Wetter bezeichnen. Mal ist es kälter, mal wärmer als die berechnete blaue Kurve. Das Wetter konnte ich in diesem Fall nicht modellieren.

⁶ Neue Solidarität Nr. 38/39 vom 18.09.2025, S. 9

Kapitel III

Langfristige Klimazyklen

2018 fand ich eine sehr interessante Grafik im Internet, die mich dazu brachte, dass Temperaturänderungen auf der Erde auch zyklisch stattfinden:

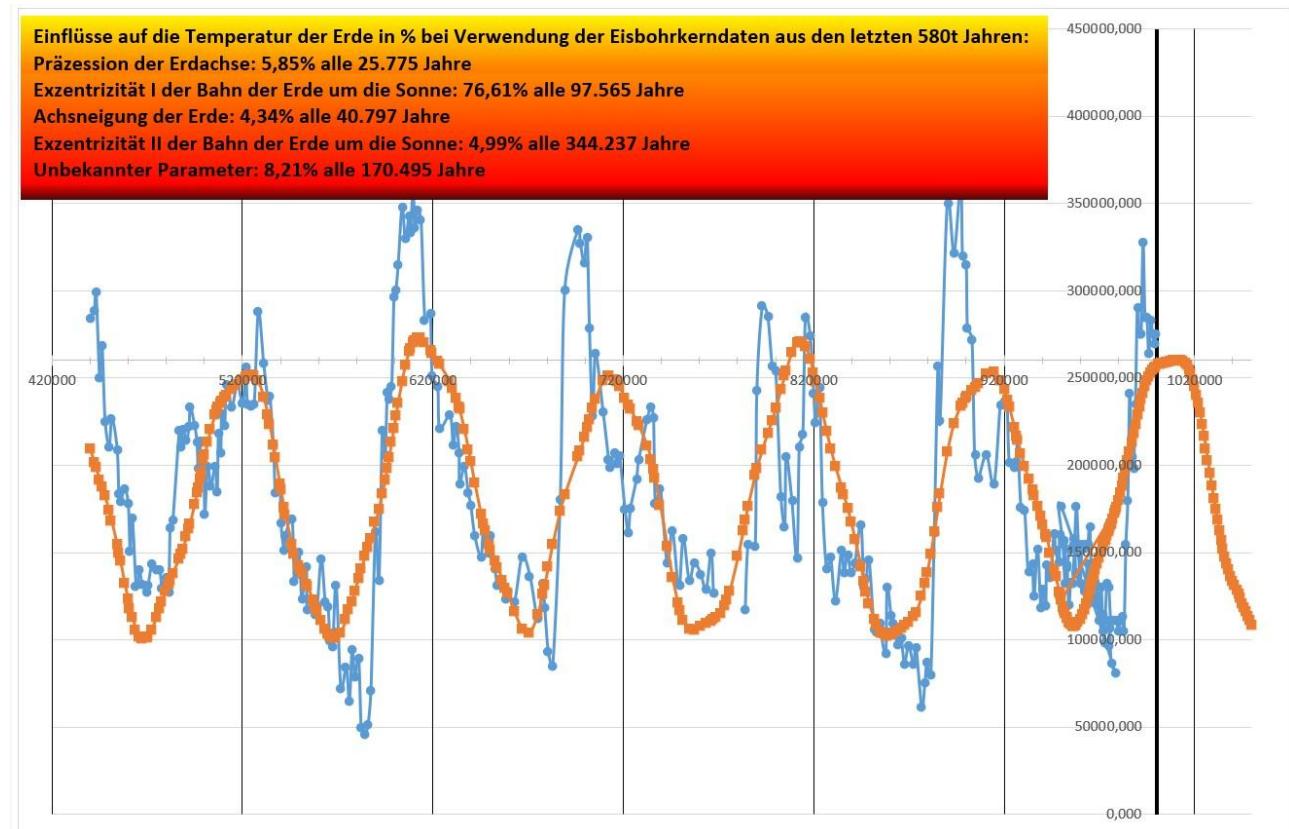


Interessant ist der Bereich von 1 Mio. Jahre bis 20.000 Jahre vor heute. Ich kam auf den Gedanken, dass es sich bei den Temperaturänderungen in diesem Bereich um sinusförmige Zyklen handelt, die ineinander verschachtelt sind.

Um die Zyklen herauszufiltern habe ich die Grafik vergrößert und digitalisiert, anschließend mit dem Gauß-Markoff-Modell auf Zyklen untersucht.

Die Präzession der Erdachse verursacht Klimaschwankungen von ca. 0,6°C alle 25.000 Jahre, die Achsenneigung 0,4 °C alle 40.000 Jahre und die Exzentrizität I der Bahn der Erde um die Sonne Schwankungen von rund 7,7 °C alle 100.000 Jahre.

An diesen Parametern können wir Menschen nichts ändern.



Schauen wir uns den Verlauf der Eiszeiten an erkennen wir, dass die Erwärmung der Erde relativ rasch, die Abkühlung langsamer erfolgt, und zwar in 100.000 Jahren um ca. 10°C oder in 10.000

Jahren um 1°C. Woran das liegt, mag ich nicht zu beurteilen. Vermutlich hindert eine starke Vereisung bedingt durch hohe Reflexionen die Erde daran, sich wieder aufzuwärmen. Nachdem das Eis geschmolzen ist, treffen die Sonnenstrahlen auf einen überwiegend dunklen Boden und die Erde erwärmt sich schlagartig.

Momentan befinden wir uns in der Warmphase rechts in Höhe des schwarzen, senkrechten Balkens.

Wie wir bei der Untersuchung der detaillierteren Eisbohrkerndaten in Kapitel IV sehen werden, haben wir das Maximum der Erwärmung nach einer Eiszeit bereits vor ca. 8.000 Jahren erreicht.

Die Erde wird sich in den nächsten 100.000 bzw. 90.000 Jahren wieder um 10°C bzw. 9°C abkühlen.

Leider ist es mir noch nicht gelungen, das o.a. Modell mit dem folgenden zu verknüpfen.

Die Abkühlung um 1° je 10.000 Jahre können wir im folgenden Modell ebenfalls nachweisen. Durch die fehlende Verknüpfung der beiden Modelle können Temperaturschätzungen im folgenden Modell nur in die Zukunft, d.h. ab 1900 erfolgen, nicht aber für den Zeitraum vor 8.000 v.Chr.

Kapitel IV

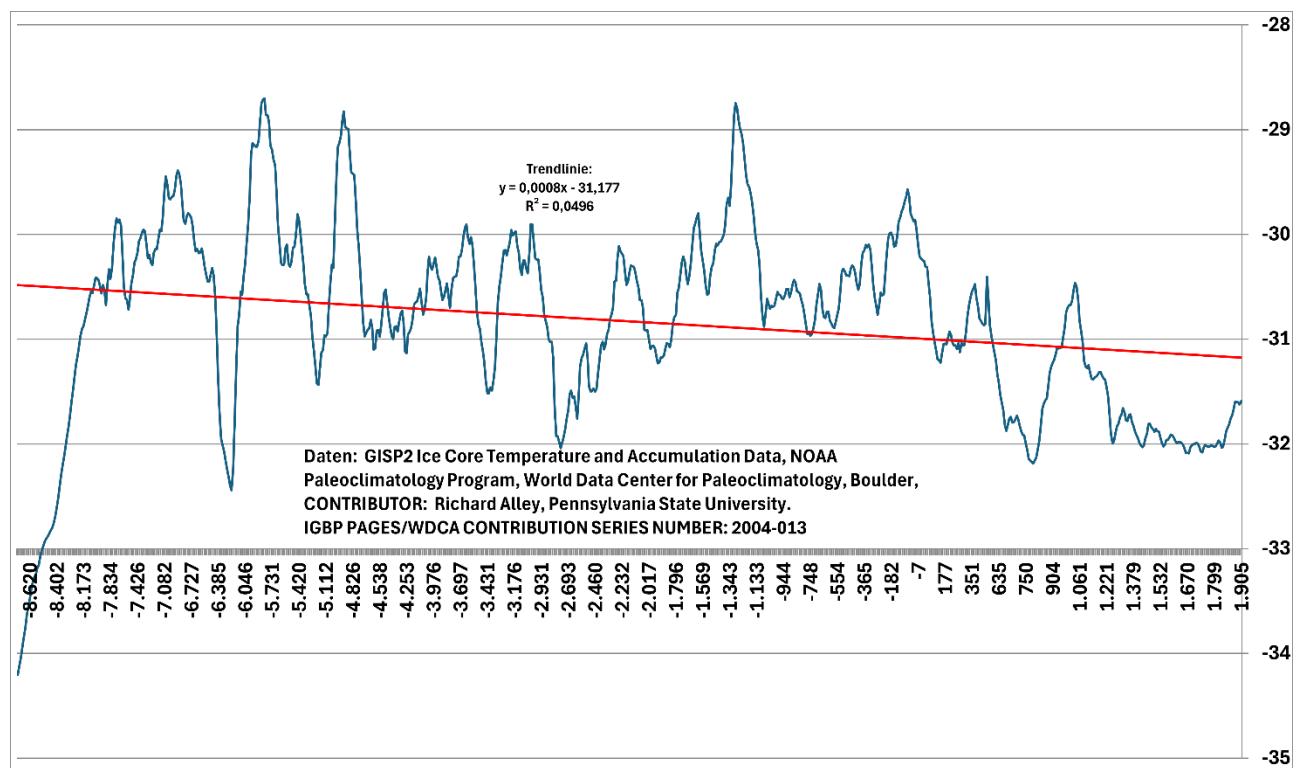
Mittelfristige Klimazyklen

Im Zusammenhang mit der uns angeblich bevorstehenden Klimakrise werden uns Bürgerinnen und Bürgern Tabellen präsentiert, die erst um 1880 beginnen und den Temperaturanstieg um 1,5°C in den letzten 150 Jahren veranschaulichen sollen. Es wird unterstellt, dass der Temperaturanstieg mit dem durch die Industrialisierung emittierten CO₂ zusammenhängt bzw. korreliert.

Es handelt sich dabei aber um eine Scheinkorrelation. Nur zufällig bewegen sich Temperatur- und CO₂- in diesem Zeitraum in dieselbe Richtung nach oben. Wie wir später noch sehen werden war die Temperatur in den 60er Jahren sogar rückläufig, bei steigendem CO₂-Ausstoß.

Absichtlich übersieht man, dass es in den letzten 10.000 Jahren stets Temperaturschwankungen bzw. Klimaschwankungen gab, wie es Klimadaten aus Eisbohrkernen belegen. Die dieser Arbeit zugrunde liegenden Daten wurden um die Jahrtausendwende von Hr. Alley veröffentlicht.

Ausgehend von einer Trendlinie, die sich jeder in Excel einfügen lassen kann, liegen die Temperaturen mal 1,5°C über, mal 1,5°C unterhalb der Trendlinie. Wie im Vortrag erkennen wir die Abkühlung als Trend in Höhe von ca. 1°C (hier: 0,8°C) je 10.000 Jahren der sich wieder anbahnenden neuen Eiszeit, die sich die Erde durch Ihre Bewegung um die Sonne selbst schafft:



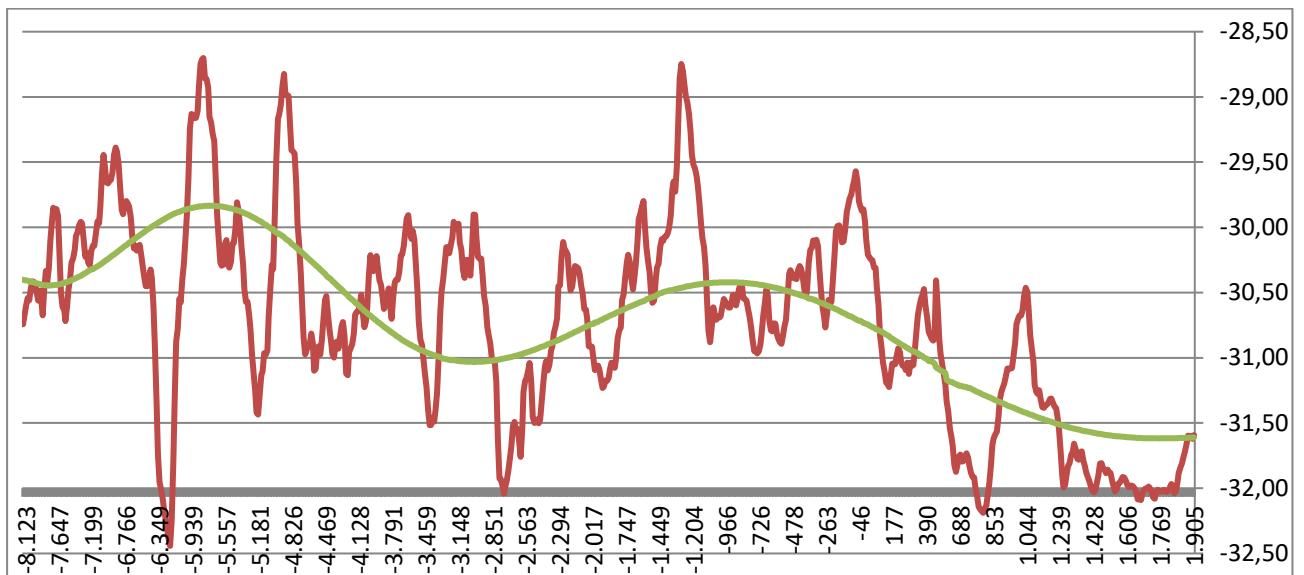
Wie man aus der Abbildung weiter entnehmen kann, hat man sich für den Beginn der Abbildungen, die man uns im Zusammenhang mit der Klimaerwärmung präsentiert, den wohl kältesten Zeitraum der letzten 10.000 Jahre ausgesucht. Ein Schelm, wer dabei Böses unterstellt!

Eine Erwärmung der Erde ausgehend von dieser kalten Basis um 1°C bedeutet nichts anderes, als dass wieder ein Normalzustand eintritt. An dieser Stelle kann man die Sache schon als erledigt betrachten.

Mit Hilfe des Gauß-Markov-Modells und der Parameterschätzung habe ich versucht, wiederkehrende Zyklen aus den Messdaten herauszufiltern, was mir m.E. auch gelungen ist. Andere Zeitreihen, wie z.B. der DAX oder der Temperaturverlauf Deutschlands, rekonstruiert aus den Daten des DWDs, ließen keine bzw. kaum wiederkehrende Zyklen erkennen.

Nach der Methode aus Kapitel II möchte ich nun Frequenzen aus der Messreihe herausfiltern. Beginnen möchte ich mit der ersten Sinusfunktion, die ich herausfiltern konnte, von 4.786 Jahren

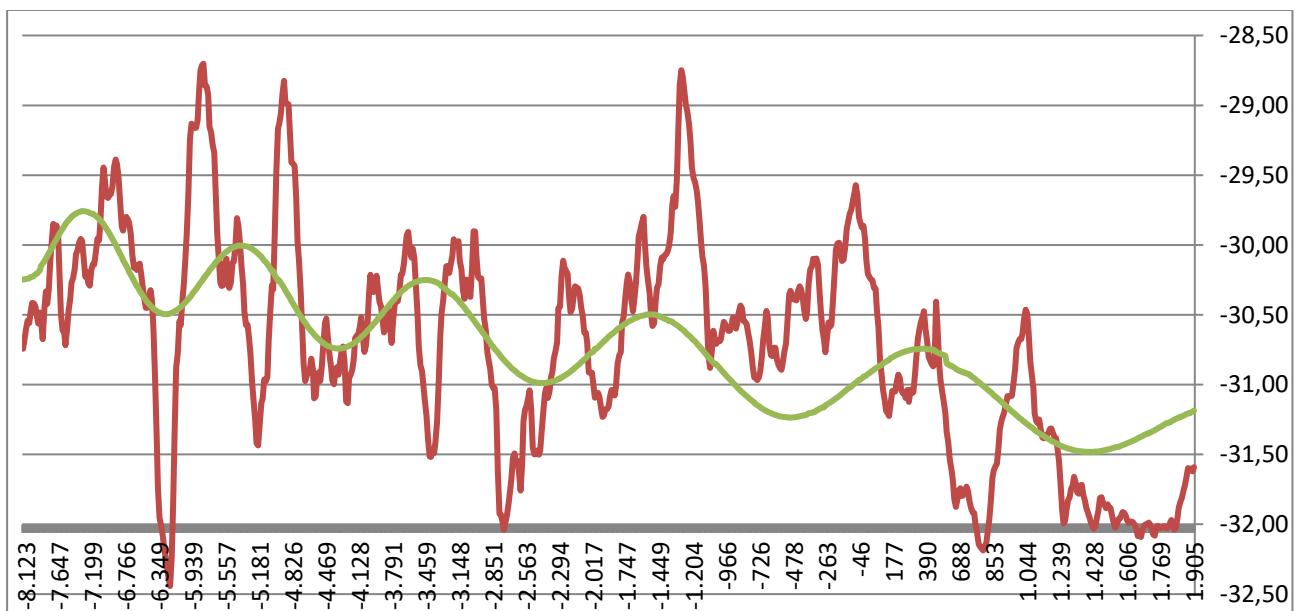
und einer Temperaturamplitude von $0,442^{\circ}\text{C}$. Die Trendlinie von jetzt $1,2^{\circ}\text{C}$ Temperaturabnahme in 10.000 Jahren ist mit eingearbeitet.



Die Funktion, bestehend aus einer Trendlinie, die von der Sinuskurve mit der Periode von 4.786 überlagert wird, hat ein Bestimmtheitsmaß von 0,425. D.h. mit nur einer Sinusfunktion und einer Trendline lässt sich der Temperaturverlauf Grönlands der letzten 10.000 Jahre zu 42,5% rekonstruieren. Von einer Vorhersage möchte ich im Moment noch nicht sprechen.

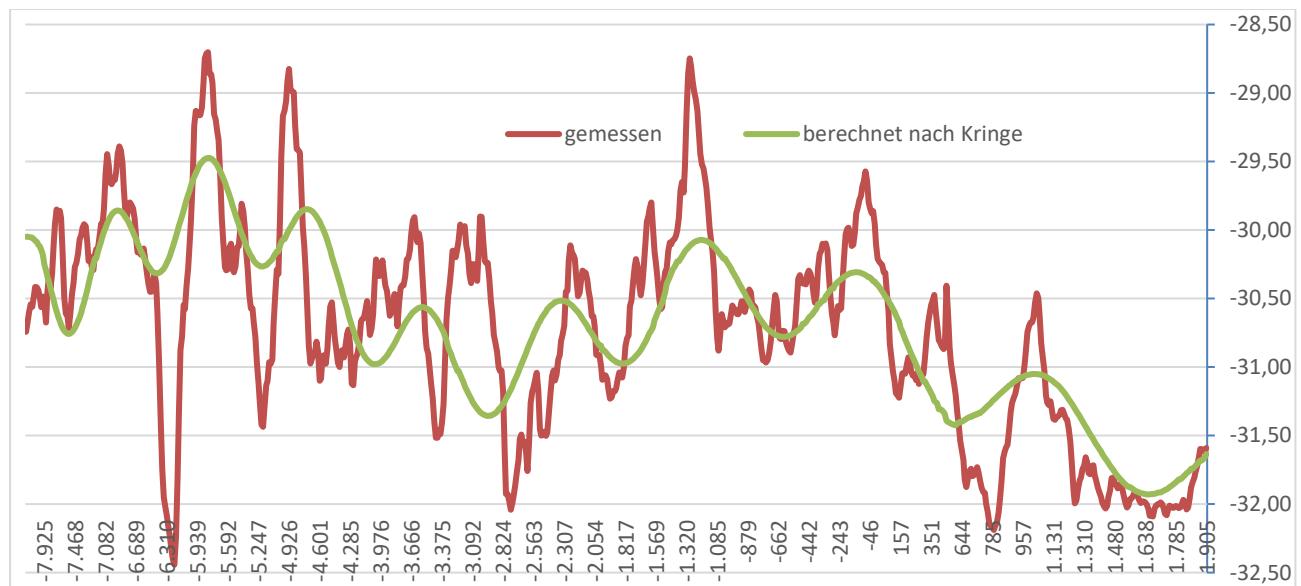
Diese Sinusfunktion lässt sich vielleicht noch händisch einzeichnen bzw. finden. Bei den folgenden Funktionen bzw. Perioden wird es nicht mehr ganz so einfach.

Die zweite Sinusfunktion fand ich mit einer Periodenlänge von 1.918 Jahren und einer Temperaturamplitude von $0,305^{\circ}\text{C}$:



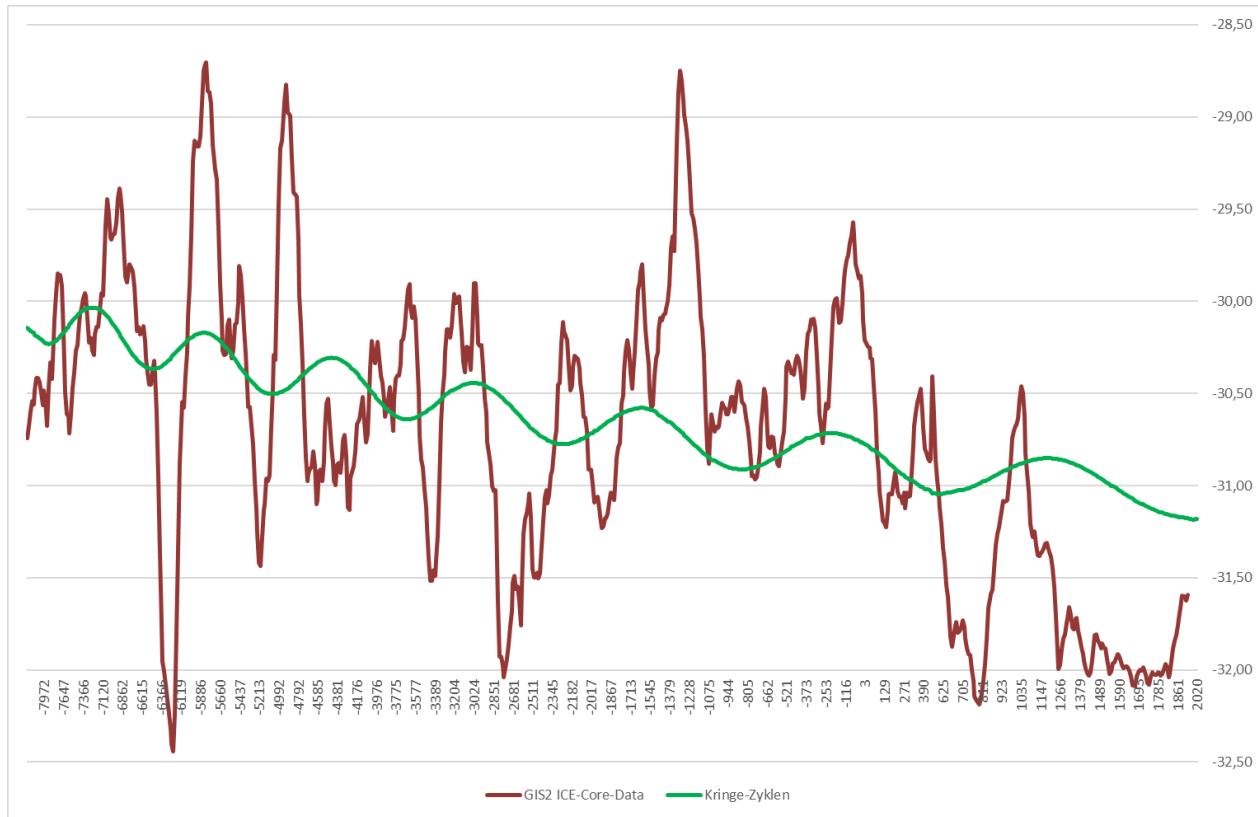
Sinusfunktion und Trend ergaben ein Bestimmtheitsmaß von 32,9%. Wie schon in Kapitel II beschrieben hat das Gauß-Markoff-Modell den Vorteil, dass sich mehrere Funktionen gleichzeitig schätzen lassen.

Wenn man nun beide Perioden mit der Trendlinie zusammen schätzt, erhält man folgendes Ergebnis:

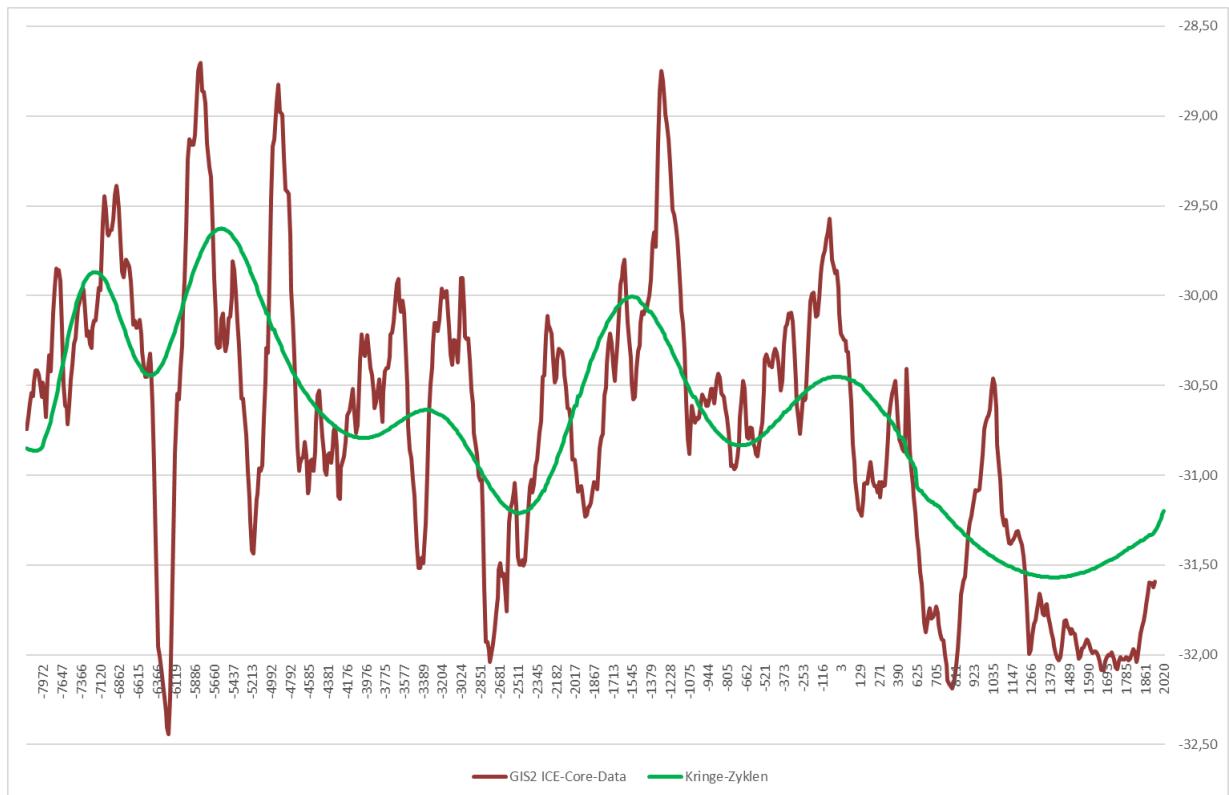


Leider ändert sich der Wertebereich der X-Achse schon mal bei der Übertragung der Tabelle von Excel nach Word. Mit den Perioden von 1.918 und 4.786 Jahren erhält man ein Bestimmtheitsmaß von 51,2%. Gut zu erkennen ist jetzt schon, dass die Temperaturminima gut getroffen werden und dass es nach einer Abkühlung bzw. nach der letzten Abkühlung um das Jahr 1670 zu einer Erwärmung kommen muss.

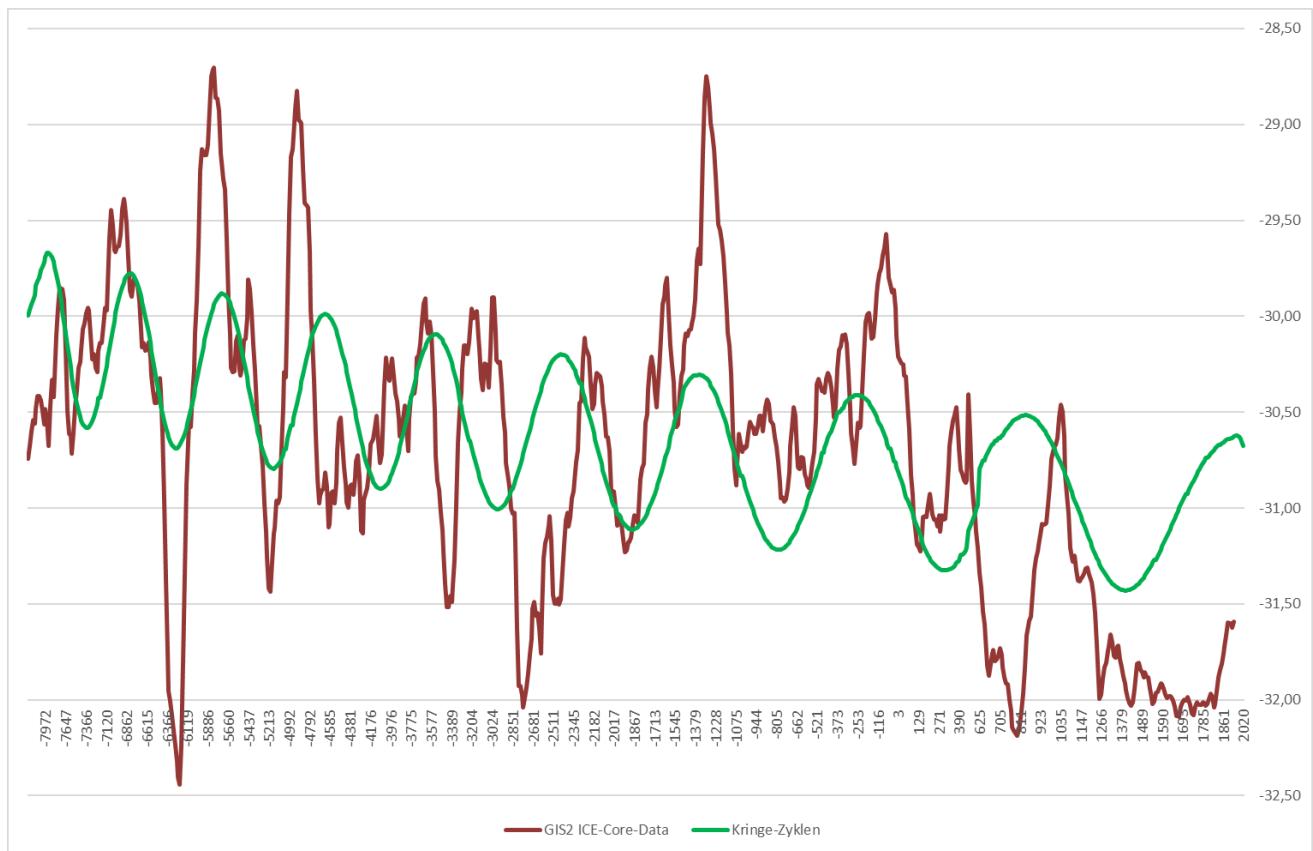
Die nächste Frequenz fand ich bei 1.408 Jahren. Ursprünglich bei 1.372 entdeckt änderte sich die Frequenz auf 1.408 Jahre bei der gemeinsamen Schätzung bei einer Temperaturamplitude von 0,13°C:



Alle drei Wellen ergeben das folgende Bild:

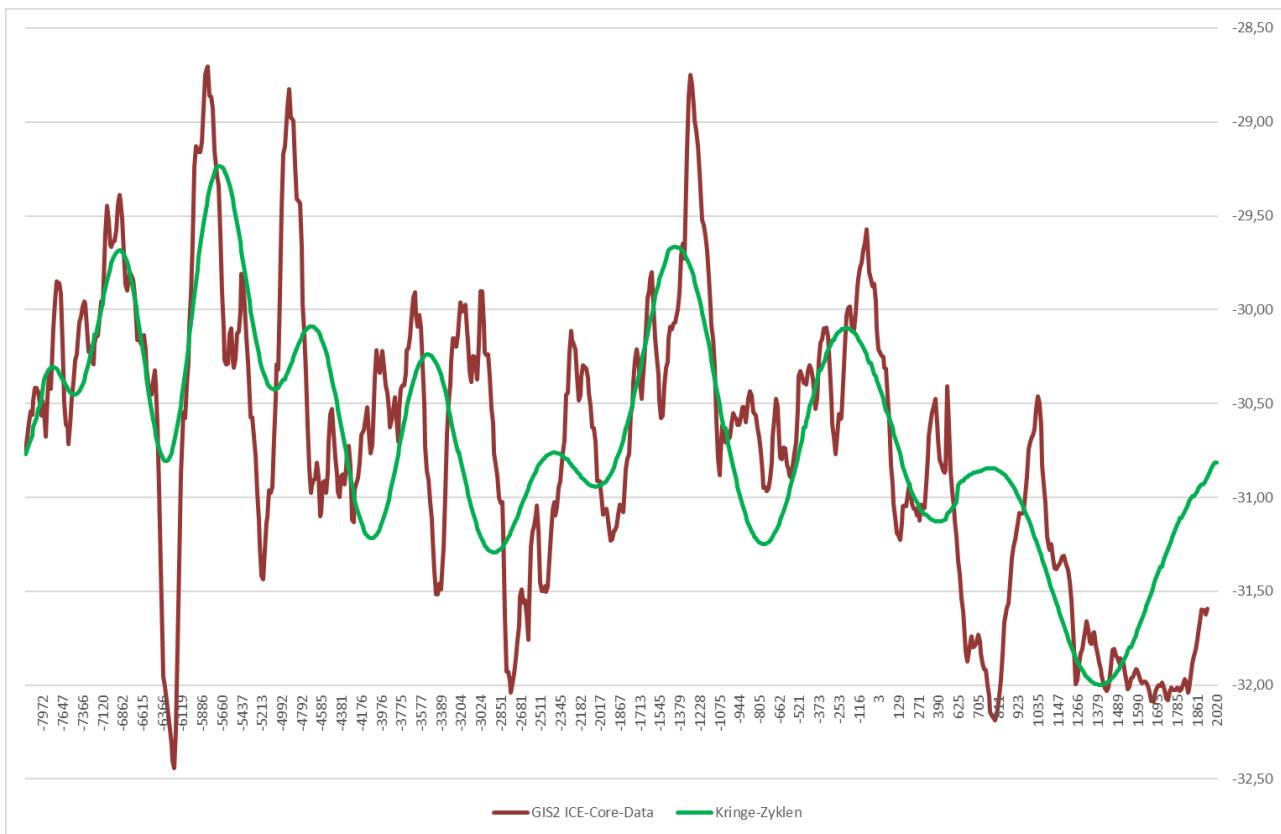


Schon jetzt erkennt man, dass Funktionsbedingt eine Erwärmung nach der Abkühlung ab 1.400 folgen muss. Das Bestimmtheitsmaß liegt jetzt schon bei 0,5057.

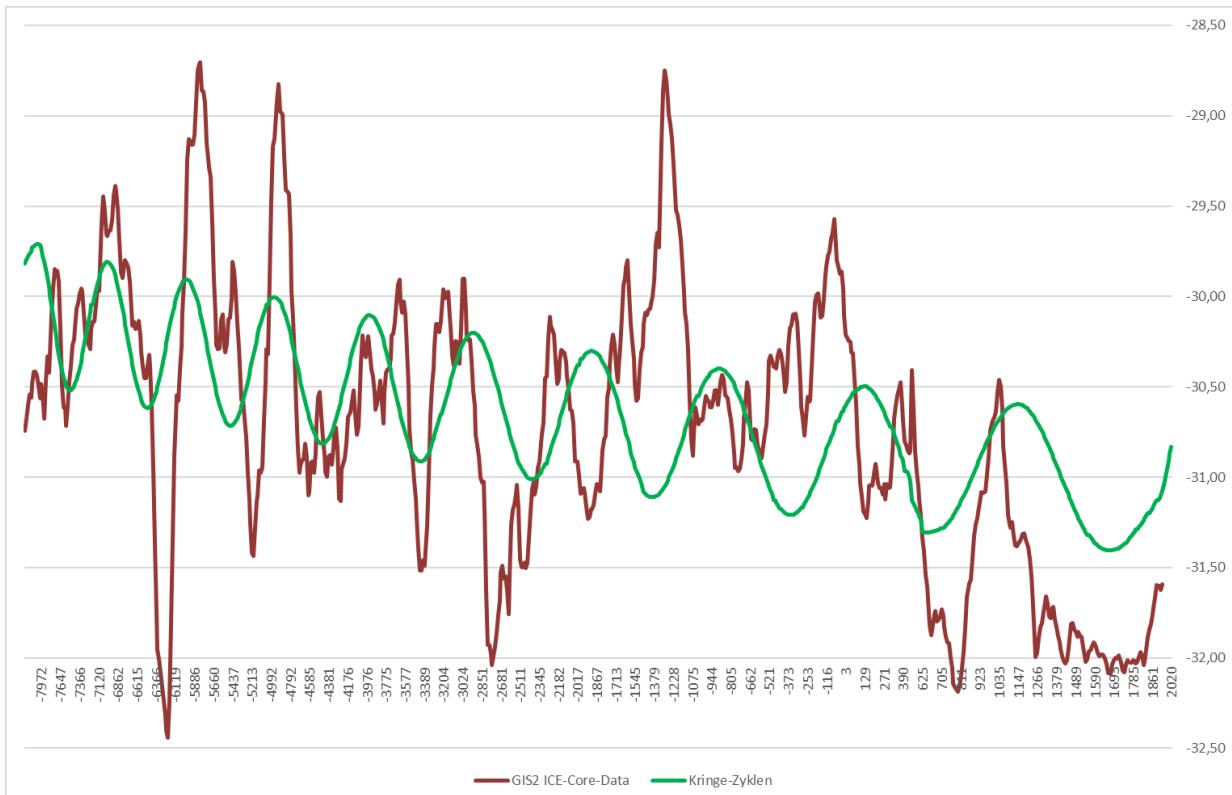


Die nächste Frequenz fand ich bei 1.148 Jahren. Nach der gemeinsamen Ausgleichung änderte sich die Frequenz auf 1.094 Jahre bei einer Amplitude von $0,43^{\circ}\text{C}$.

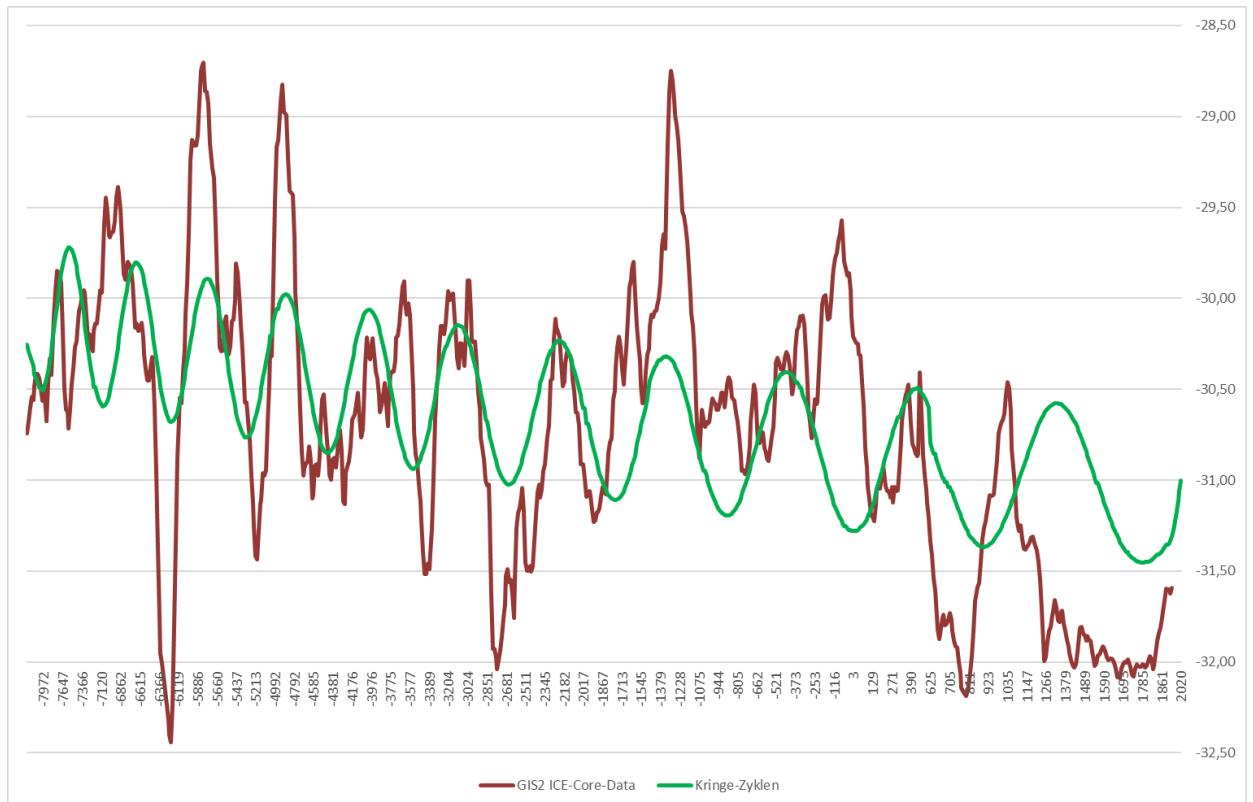
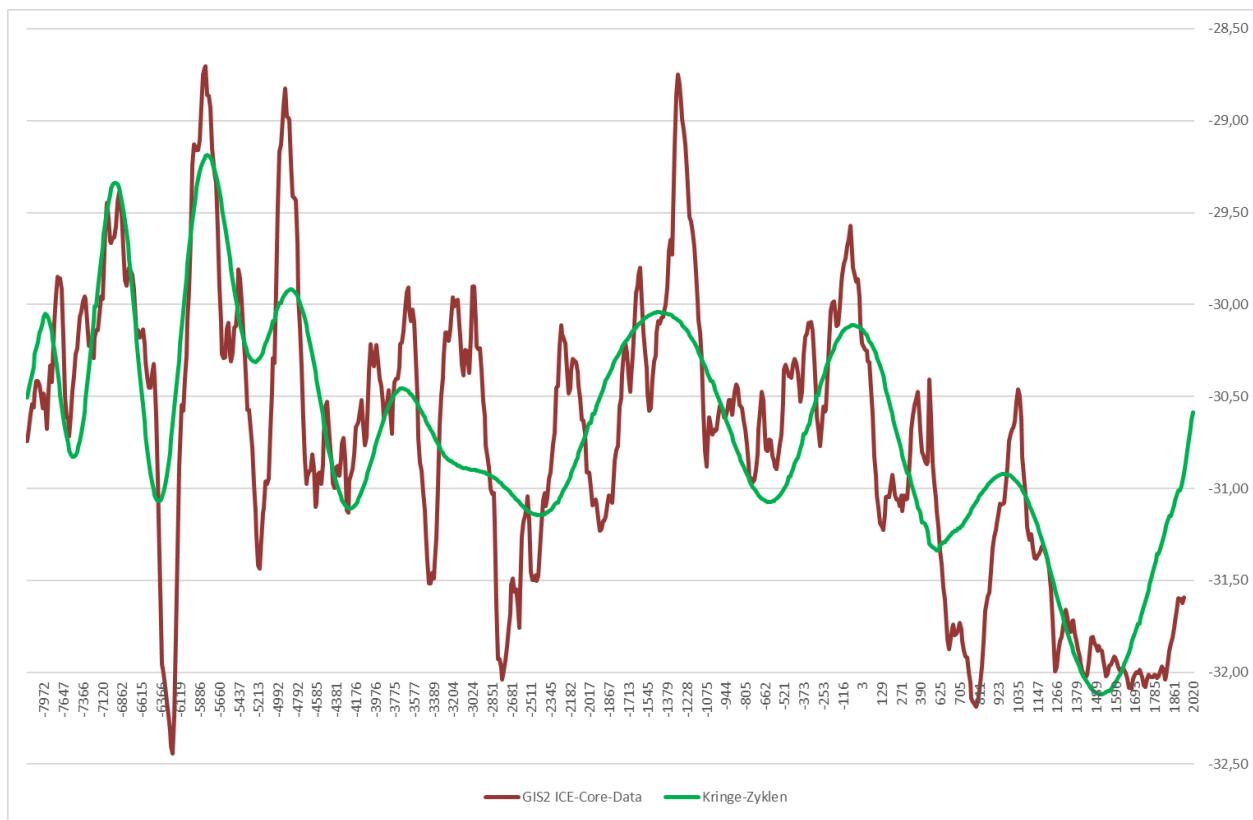
Alle vier Zyklen ergeben das folgende Bild:



Das Bestimmtheitsmaß liegt bei 0,4983, was mich wundert, da die Anpassung rein optisch besser wird. Mathematisch leider nicht. Eine Erklärung hierfür habe ich leider noch nicht.



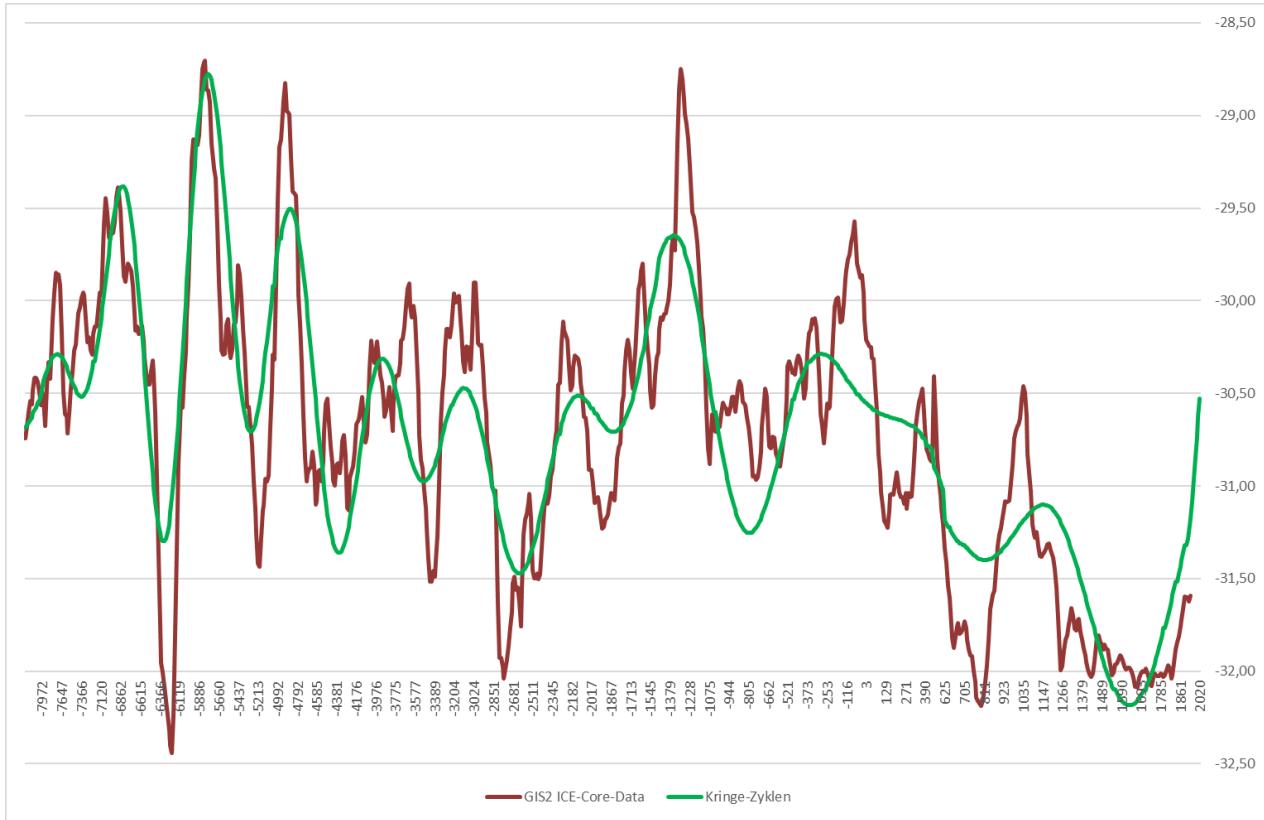
Oben dargestellt ist die fünfte Frequenz mit einer Amplitude von 1.018,6 Jahren. Ursprünglich auf 982 Jahre geschätzt änderte sich die Frequenz bei gemeinsamer Ausgleichung auf 1.018,6 Jahre mit einer Amplitude von 0,38 °C. Das Bestimmtheitsmaß mit dieser Frequenz erhöht sich auf 0,6039.

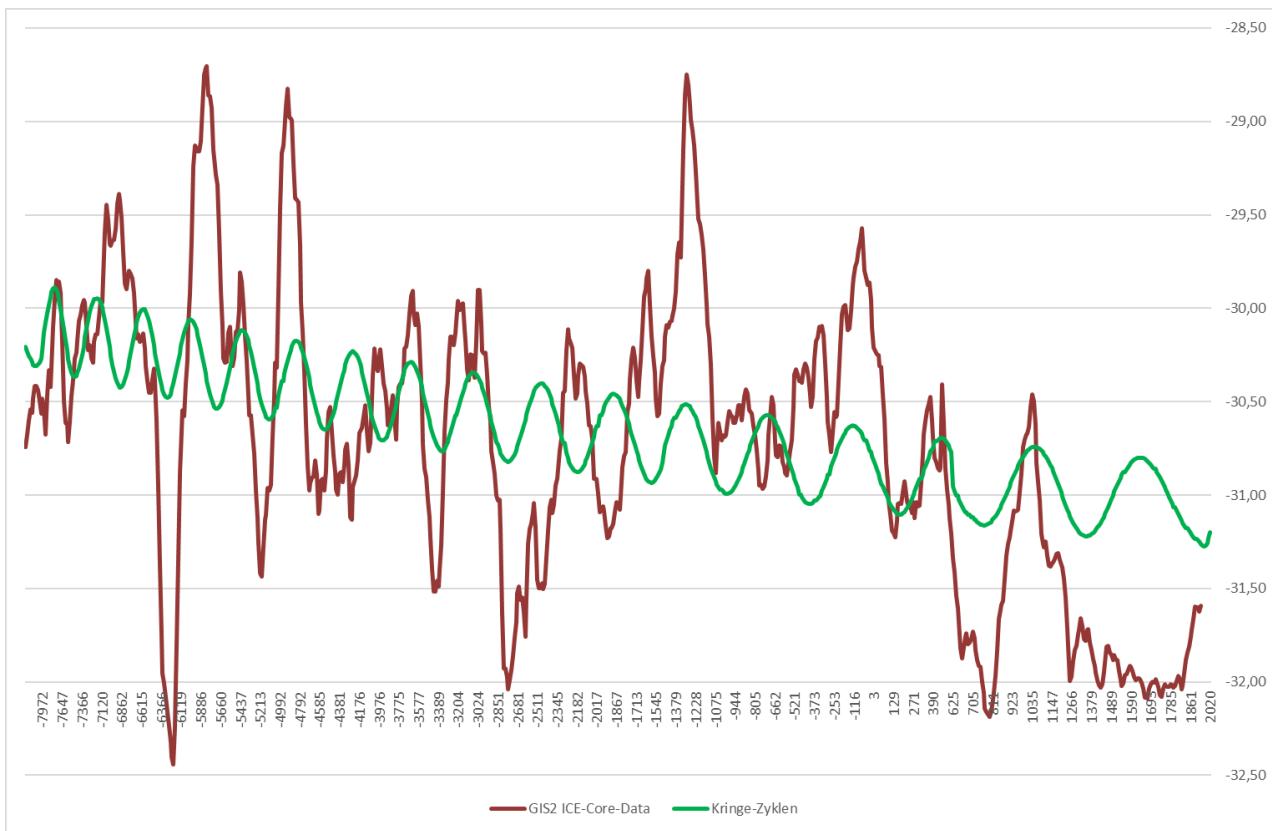


Frequenz Nummer sechs fand ich bei 881 Jahren (Abbildung oben).

Diese Frequenz ist relativ stabil. Bei der gemeinsamen Ausgleichung änderte sie sich nur um sieben Jahre auf 888 Jahre bei einer Amplitude von 0,42 °C.

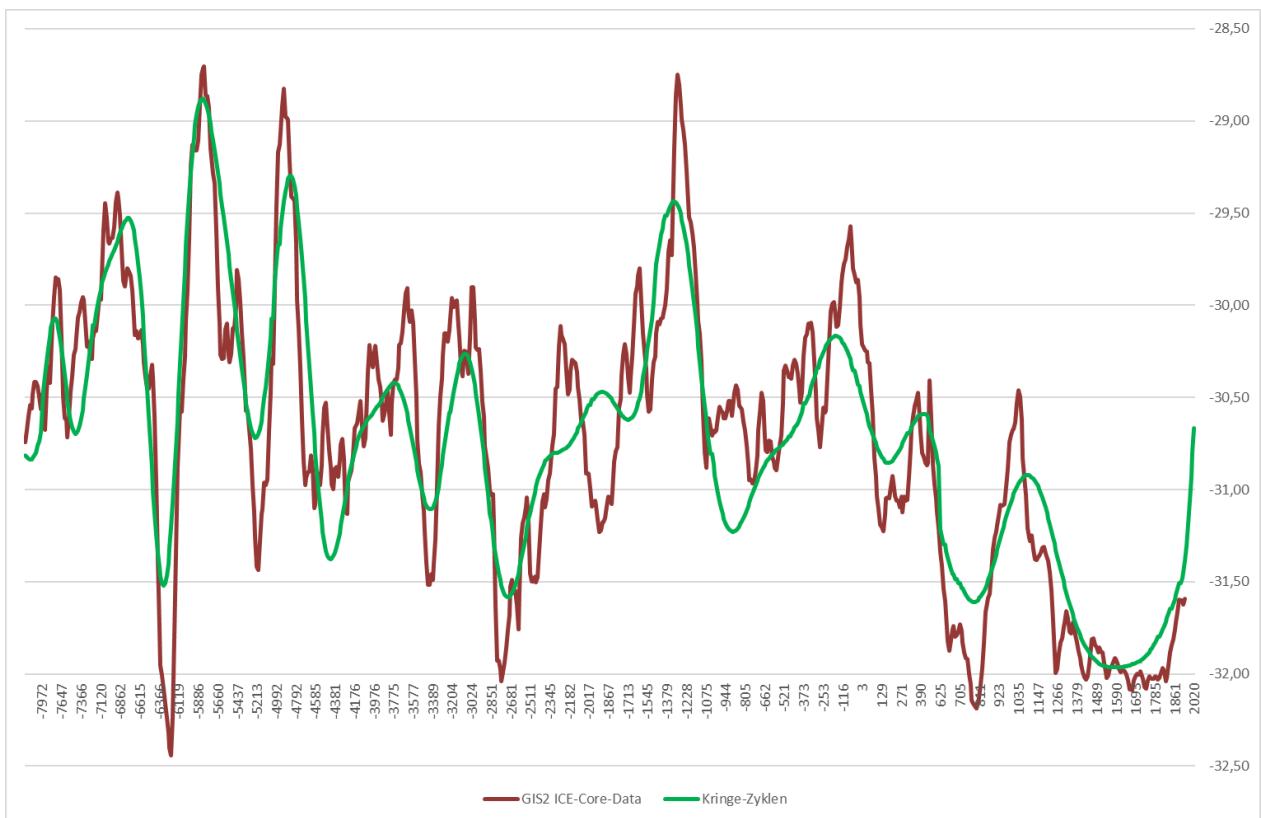
Alle sechs Frequenzen ergeben folgendes Bild:

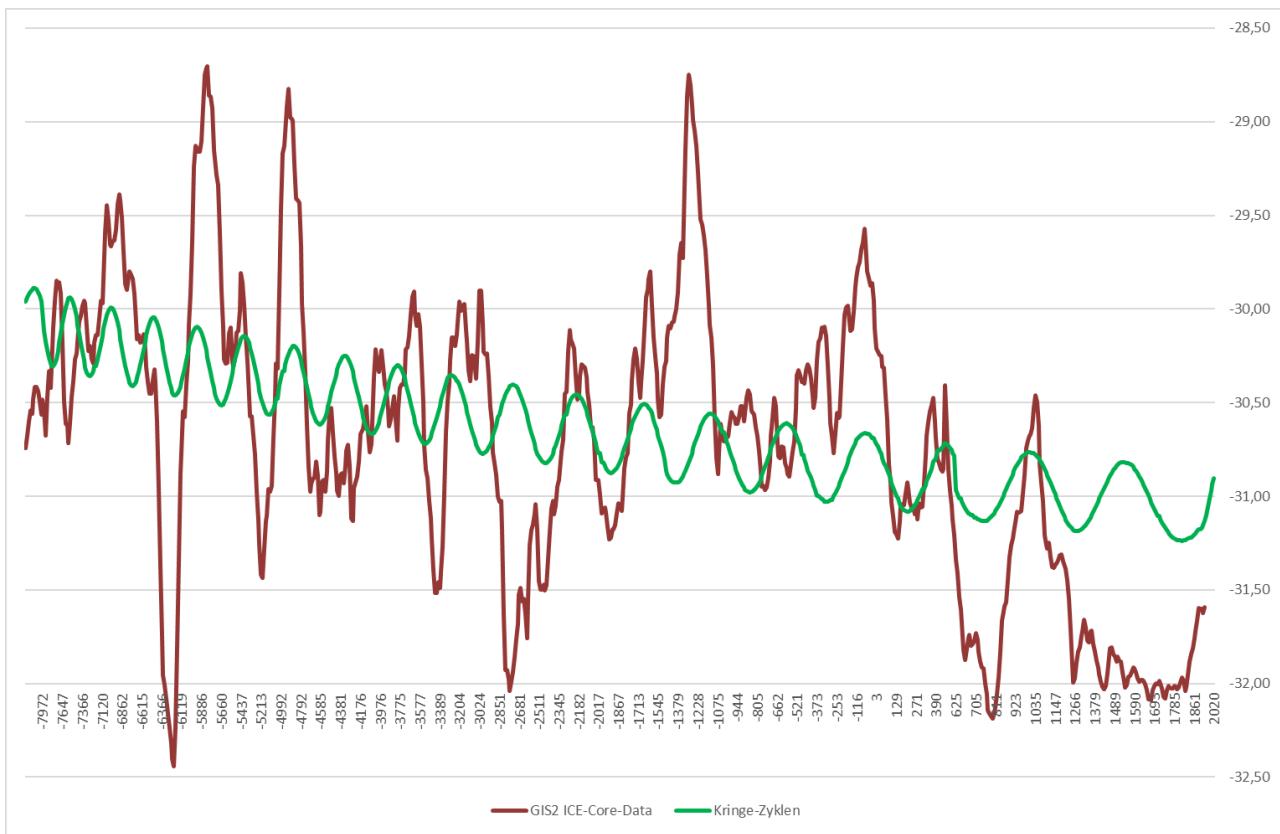




Frequenz Nummer sieben fand ich bei 585 Jahren (oben). Auch diese Frequenz änderte sich nach der gemeinsamen Ausgleichung recht wenig. Sie stieg auf 588 Jahre mit einer Amplitude von 0,224°C.

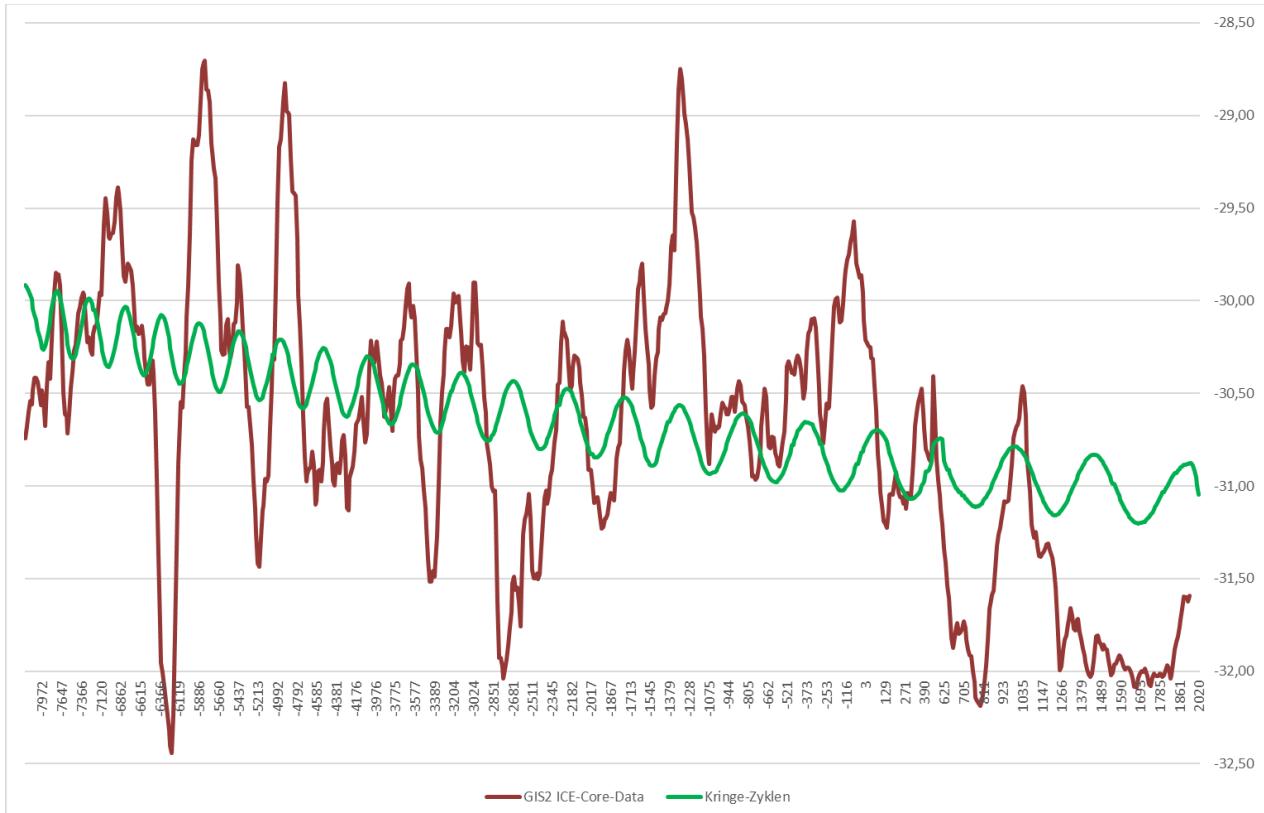
Das Bestimmtheitsmaß erhöht sich auf 0,7878.





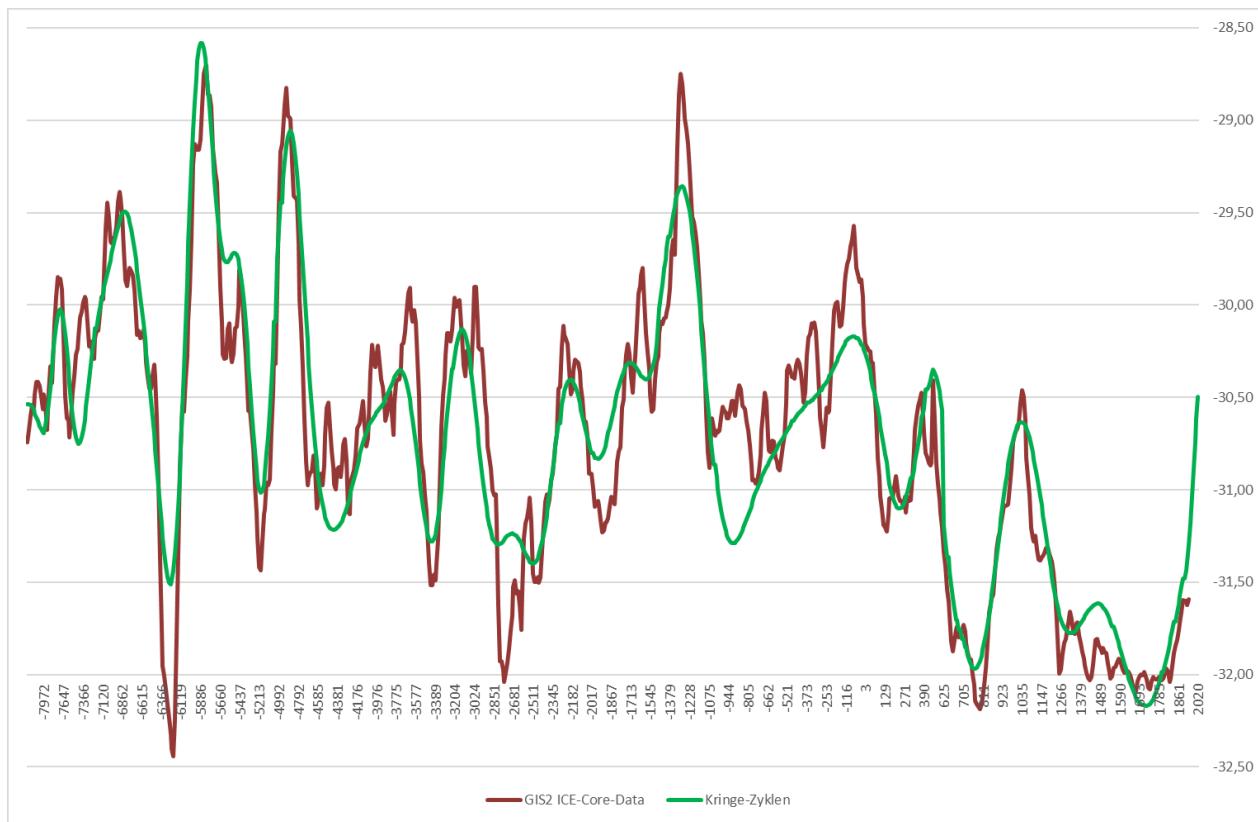
Die vorletzte Frequenz fand ich bei 534 Jahren mit einer Amplitude von $0,2^{\circ}\text{C}$. Nach der gemeinsamen Ausgleichung änderte sich diese Frequenz nicht. Das Bestimmtheitsmaß erhöht sich auf 0,8225.

Die neunte und zugleich letzte Frequenz fand ich bei 462 Jahren. Nach der gemeinsamen Ausgleichung veränderte sich diese auf 458 Jahre mit einer Amplitude von $0,174^{\circ}\text{C}$.



Mit dieser neunten und zugleich letzten Frequenz ergibt sich ein Bestimmtheitsmaß von 0,8479, also rund 85%.

Der relativ steile Anstieg der Temperatur seit 1.800 wird im Wesentlichen von den acht Perioden, mit Ausnahme der letzten Periode, verursacht. Wobei man nicht sagen kann, dass dieser letzte Temperaturanstieg recht groß ist, wenn man sich die Anstiege in den Jahren 6.000 v.Chr., 5.000 v.Chr. und 1.400 v.Chr. anschaut. Alle Temperaturanstiege sind gleichermaßen hoch, wobei unser letzter Temperaturanstieg aus einem sehr niedrigen Niveau, die kleine Eiszeit, erfolgte.



Diese neun Perioden bzw. Sinusfunktionen habe ich nun zusammen mit dem Trend einer gemeinsamen Schätzung unterzogen. Es waren insgesamt $9 \times 3 + 2 = 29$ unbekannte Parameter zu schätzen. 9×3 Parameter der Sinusfunktionen, eine Steigung bzw. ein Trend sowie der Schnitt mit der Y- bzw. Temperaturachse, in diesem speziellen Fall das Klima bei Jesu Geburt.

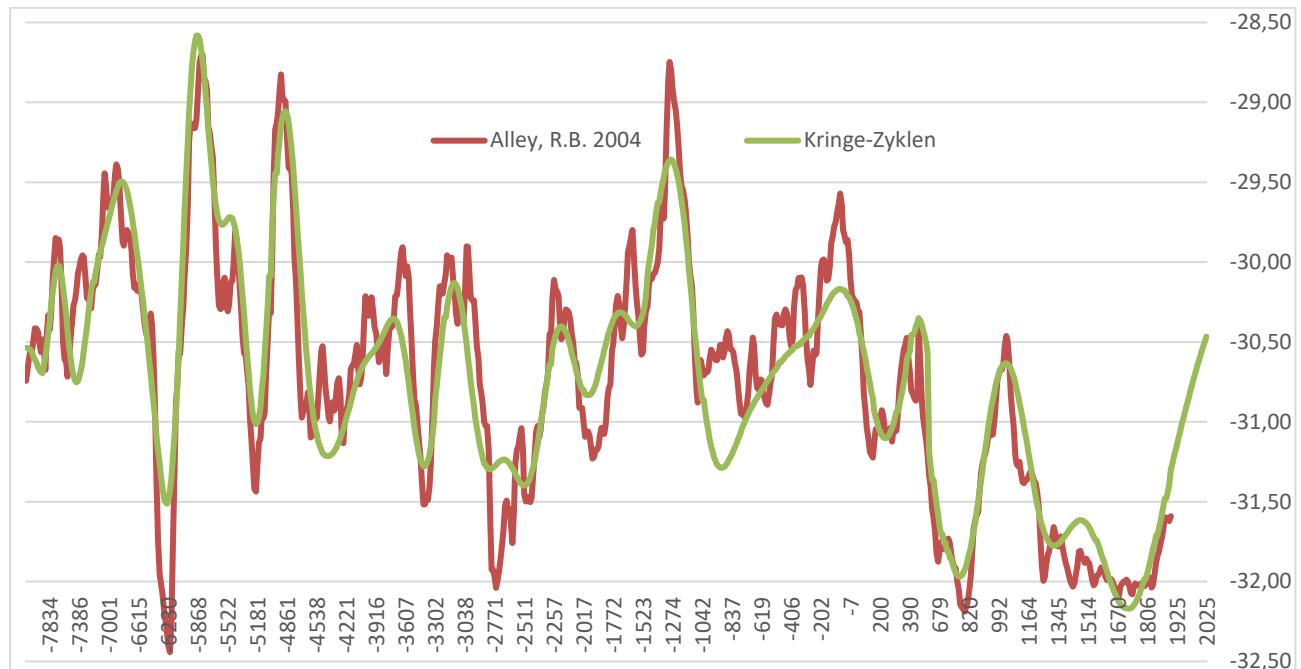
Im Rechner waren Matrizen der Dimension 29×773 zu multiplizieren. Wie weiter oben schon beschrieben erfolgte die Schätzung/Berechnung iterativ. Nach jeder Berechnung wurden die vorab geschätzten Werte verbessert. Selbst mit einem Prozessor der 9. Generation von 2019, den Namen möchte ich hier nicht nennen, dauerte der Rechenvorgang recht lange. Hätten Gauß und Markoff diese Rechenleistung damals für sich beanspruchen können, wer weiß, was sie noch alles herausgefunden hätten.

Das Bestimmtheitsmaß dieser Funktion beträgt 0,848, also knapp 85%. Die Daten von Hr. Alley endeten um 1910, da vermutlich neuere Eisschichten schon abgetaut waren.

Zusammenfassend kann man sagen, dass aus den Berechnungen eine Funktion, bestehend aus 29 Parametern, entstanden ist, die das Klima Grönlands in den letzten 10.000 Jahren zu ca. 85% beschreiben kann.

Nach „hinten“ oder nach „links“ hinaus kann ich die Funktion nichts interpolieren lassen da, wie ich weiter oben schon erwähnte, ich es noch nicht geschafft habe, die verschiedenen Modelle aus langfristigen und mittelfristigen Perioden in einem Modell zu vereinigen.

Aber wir können die Funktion nach „rechts“ Temperaturen interpolieren, quasi in die „Zukunft“ schauen lassen, z.B. bis 2025. „Zukunft“ ist aber dass, was wir seit 1910 messen konnten. Schauen wir doch einmal nach, was passiert 😊



Die Funktion hat in Grönland einen Temperaturanstieg von 1,5°C bis ins Jahr 2025 berechnet. Kommt mir irgendwie bekannt vor.

Ich denke, es ist nun wieder Zeit für eine Zusammenfassung:

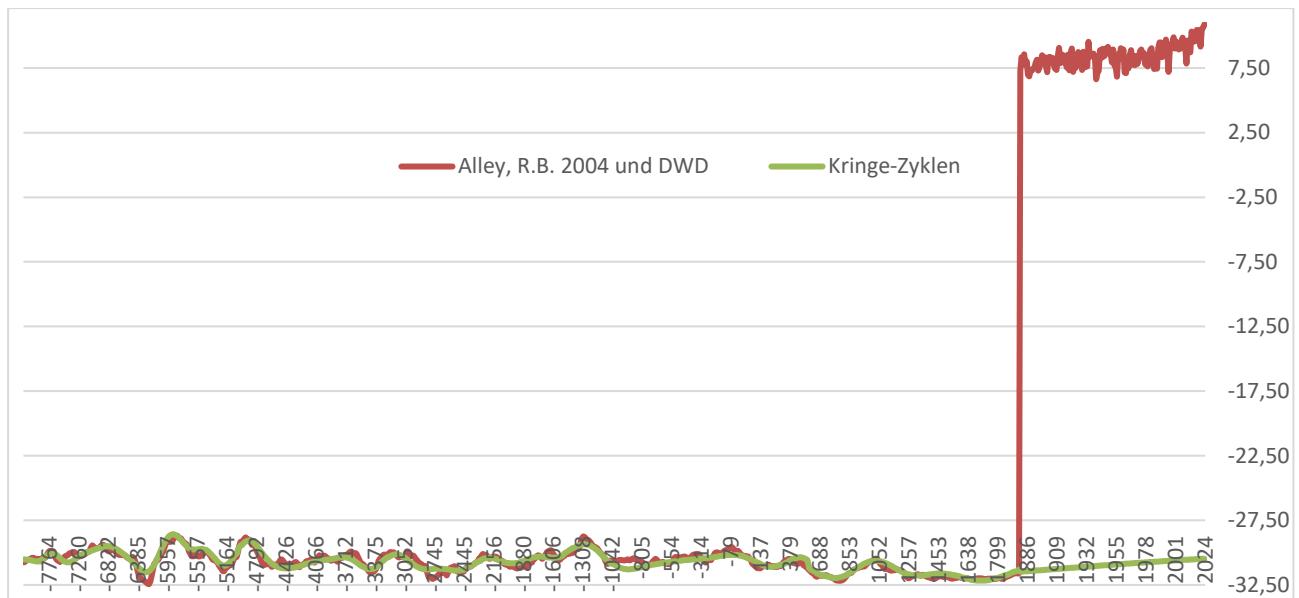
Die Funktion aus 29 Parametern beschreibt die Klimavariabilität Grönlands ausgehend vom Jahr 8.147 v.Chr. bis 1910 n.Chr. mit einer Genauigkeit von 85%. Für den Zeitraum von 1799 bis heute berechnet die Funktion einen Temperaturanstieg von 1,5°C.

An dieser Stelle möchte ich Sie bitten, Ihre eigenen Schlüsse zu ziehen.

Ausblick

Die Erderwärmung wird als globales Problem und Phänomen betrachtet. Klimaänderungen auf Grönland müssen aber nicht unbedingt die gleichen Auswirkungen in Europa, speziell in Deutschland haben.

In Kapitel 2 haben wir die Daten des Deutschen Wetterdienstes DWD untersucht. Um den Unterschied zwischen Klima und Wetter zu verdeutlichen, habe ich die Klimadaten aus Grönland und die Daten des DWDs einmal in einer Tabelle zusammengeführt:



Unschwer ist zu erkennen, dass die Klimadaten aus Grönland mit einer Durchschnittstemperatur von $-30,5^{\circ}\text{C}$ nicht ohne Weiteres mit den Durchschnittstemperaturen Deutschlands vergleichbar sind. In Deutschland liegt die mittlere Temperatur bei ca. $8,5^{\circ}\text{C}$. Die Daten sind um ca. 39°C verschoben.

Auch, wenn es als unwissenschaftlich erscheint, möchte ich gerne die Daten des DWDs mit den Klimadaten des DWD verbinden. In drei Jahren gab es eine Überschneidung, und zwar:

Jahr	Temperatur Grönland in $^{\circ}\text{C}$	Temperatur DWD in $^{\circ}\text{C}$
1905	-31,5913	8,0
1893	-31,6220	7,9
1887	-31,6026	7,0
1881	-31,6002	7,3
1881	-31,5980	7,3

Der Temperaturunterschied in den 25 Jahren lag demzufolge bei $39,1037^{\circ}\text{C}$. Um die Daten miteinander vergleichen zu können habe ich die Klimadaten Grönlands mit dieser Konstante addiert:

Wir erkennen eine Erwärmung Grönlands bis ins Jahr 2.160 um ca. 2°C , ausgehend von der kalten Basis um 1.800. $1,5^{\circ}\text{C}$ haben wir ja schon hinter uns, weitere $0,5^{\circ}\text{C}$ folgen, bevor sich Grönland dann wieder bis ins Jahr 2.600 abkühlt auf vorindustrielles Niveau.

Weitere Klimamaxima folgen in den Jahren 3.220 und 4.100. Danach wird es aufgrund der Abkühlung der Erde um 1°C je 10.000 Jahre langsam wieder frostig:

